

基于 Bayes 的电子元件高温贮存试验方法研究

程泽¹, 宣兆龙¹, 刘亚超¹, 郝茂森²

(1. 军械工程学院, 石家庄 050003; 2. 总装备部工程兵军代局驻西安和兰州地区代表室, 西安 710000)

摘要: 将工厂试验数据作为先验信息, 应用 Bayes 方法确定电子元件高温贮存试验的试样数量, 其结果明显少于 GJB 345A—2005 中规定的试样数量。基于不同试验结果, 通过构建寿命模型和确定先验分布, 分别得到了电子元件的寿命分布和失效概率的 Bayes 估计。

关键词: 电子元件; 高温贮存试验; 加速寿命试验; 无失效数据; Bayes 估计

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2013.04.006

中图分类号: TN606 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2013)04-0020-03

High Temperature Storage Test Method of Electronic Component Based on Bayes

CHENG Ze¹, XUAN Zhao-long¹, LIU Ya-chao¹, HAO Mao-sen²

(1. Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;

2. The Military Representative Office of Engineer Military Representative Bureau in Xi'an and Lanzhou, Xi'an 710000, China)

Abstract: Based on the factory test data, the samples of electronic component high temperature storage test were determined based on Bayes, which are less than the samples defined by GJB345A-2005. The lifetime distribution of electronic component and the Bayes estimation of failure probability were obtained by structuring lifetime model and determining prior distribution based on the different test results.

Key words: electronic component; high temperature storage test; accelerated life test; zero-failure data; Bayes estimation

高温贮存试验是武器装备鉴定试验中的一项重要内容, 目的是考察武器装备在高温条件下的环境适应性。传统高温贮存试验样本消耗量大, 难以适用于昂贵电子元件定型试验的需要, 如 GJB 345A—2005 中规定, 引信用爆炸元件高温贮存试验需贮存试样 300 发。

经典统计方法只注重现场试验数据的应用, 未

考虑验前信息, 导致需要大量数据才能保证其高可靠性。近年来, Bayes 方法在装备可靠性和武器试验评定中得到了很好的应用, 因此将工厂对电子元件的试验数据作为先验信息, 利用 Bayes 方法确定试样数量是完全可行的^[3]。电子元件的高温贮存试验条件(试样数量、试验温度、试验时间)接近电子元件的加速寿命试验条件^[4], 如 GJB 345A—2005 规定, 在引

收稿日期: 2013-02-24

作者简介: 程泽(1989—), 男, 河南沈丘人, 硕士研究生, 主要研究方向为弹药检测技术与质量评估。

信用爆炸元件高温贮存试验中,试验温度为 $71\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$, 试验时间为 84 d。因此,在高温贮存试验结束后,若电子元件出现试样失效,可将试验近似为加速寿命试验,通过构建电子元件寿命模型和确定温度与电子元件的关系,得到电子元件的寿命分布^[5-6]。若在高温贮存试验结束后电子元件未出现试样失效,利用 Bayes 方法,基于电子元件的先验分布,可求得电子元件失效概率 p_i 的 Bayes 估计。综上所述,通过对试验数据的再处理,提高了试验数据的利用率,对电子元件的可靠性评估具有重要意义。

1 确定试样数量

应用 Bayes 方法进行统计推断有两个方面的困难,一个是先验分布的确定,另一个是后验分布的计算。在电子元件先验分布的确定上,基于工厂对电子元件的检测结果和相关试验数据,假设电子元件的失效概率 p_i 服从二项分布。

1.1 理论分析

在二项分布中,Beta 分布具有良好的适应性,不妨设电子元件的验前分布为 Beta 分布,分布函数见式(1)^[7]。

$$\pi(p) = \frac{p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)}, 0 \leq p \leq 1 \quad (1)$$

$$\text{式中: } B(a,b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1} dt。$$

假设工厂对电子元件的检测中,共检测试样 n_1 个,其中 u_1 个工作可靠,根据 Jeffreys 准则,可得电子元件的先验分布,见式(2)。

$$\pi(\theta) = \theta^{-1/2}(1-\theta)^{-1/2}/B(1/2,1/2) \quad (2)$$

根据 Bayes 公式得到验后分布,见式(3)。

$$\pi(\theta|u_1) \propto \pi(\theta) \pi(u_1|\theta) \propto \theta^{u_1-1/2}(1-\theta)^{n_1-u_1-1/2} \quad (3)$$

不妨设电子元件高温贮存试验(包括工厂试验和鉴定试验)共试验子样 n 个,其中 u 个可靠,则其验后分布见式(4)。

$$\pi(\theta|u) \propto \theta^{u-1/2}(1-\theta)^{n-u-1/2} \quad (4)$$

根据定理得:

$$\frac{n-u+1/2}{u+1/2} \cdot \frac{\theta}{1-\theta} \sim F(2u+1, 2n-2u+1) \quad (5)$$

令 $2u+1=u_1, 2n-2u+1=F_1$, 得到 θ 的置信下限, 见式(6)。

$$\frac{u_1 F_\alpha(u_1, F_1)}{F_1 + u_1 F_\alpha(u_1, F_1)} \quad (6)$$

据此,在给定的置信度下,可以确定试验子样。

1.2 算例

某型电子元件在置信度为 0.9 的水平下,正常工作概率是 0.95,在工厂检验和试验中,11 发试样安全可靠。按照现有标准规定,鉴定试验与工厂试验无关。电子元件试验 n 发,0 发出现失效的方案经查 GJB 376—87 中表 A1 知,需要试样 45 发。无验前信息的电子元件验前分布取 $B(0.5, 0.5)$,则在工厂试验 11 发试样后,0 发试样失效的验后分布是 $B(R, 11.5, 0.5)$ 。工厂试验和鉴定试验结果相容,则在高温贮存试验中试验试样 n 发,0 发出现失效验后分布为 $B(n+11.5, 0.5)$,根据定理可知:

$$\frac{0.5}{n+11.5} \cdot \frac{R}{1-R} \sim F(2n+23, 1) \quad (7)$$

在置信度水平为 0.9 时,可靠度置信下限为:

$$\frac{(2n+23)F_{0.1}(2n+23, 1)}{1+(2n+23)F_{0.1}(2n+23, 1)} \quad (8)$$

由已知:

$$\frac{(2n+23)F_{0.1}(2n+23, 1)}{1+(2n+23)F_{0.1}(2n+23, 1)} \geq 0.95 \quad (9)$$

可求得 $n=16$ 。很显然,基于 Bayes 方法决定的试样数量明显少于现有国军标中规定的试样数量。

2 失效情况处理

在高温贮存试验结束后,若电子元件出现试样失效,可将试验近似为电子元件加速寿命试验,通过构建电子元件寿命模型并确定温度与电子元件的关系,可得到电子元件的寿命估计。

2.1 电子元件寿命统计模型

Weibull 分布在可靠性理论中被广泛运用,大多数电子、机械、机电产品(如轴承、发电机、液压泵、材料疲劳等)的寿命都可认为服从 Weibull 分布^[4]。假设电子元件寿命服从 Weibull 分布,则其概率密度函数为:

$$f(l)=(m/\eta)(l/\eta)^{m-1}\exp[-(l/\eta)^m], (l>0) \quad (10)$$

式中: m, η 分别为形状参数和尺度参数; $y=\ln l$ 服从极值分布, 其概率密度函数见式(11)。

$$f(y) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[\frac{y-\mu}{\sigma}\right] \exp\left[-\exp\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right],$$

$$y \in (-\infty, +\infty) \quad (11)$$

式中: $\mu=\ln \eta, \sigma=1/m$ 。

综上, 可假定电子元件寿命统计模型符合下列特性:

- 1) 元件寿命在统计上相互独立;
- 2) 任一应力水平下, 元件寿命服从极值分布;
- 3) 各应力水平下, 元件寿命分布的参数 σ 不变;
- 4) 寿命分布的参数 μ 是应力的线性函数。

2.2 温度应力与电子元件的关系

电子元件高温贮存试验以温度作为应力, 则其寿命与应力的关系可用 Arrhenius 方程进行描述, 其寿命分布服从 Weibull 分布, 则统计模型为 Arrhenius-Weibull 模型, 符合下列特性:

- 1) 任意温度水平下, 电子元件的寿命服从 Weibull 分布;
- 2) 各温度水平下, 寿命分布的形状参数 m 保持不变;
- 3) 电子元件的特征寿命 η 与试验温度 $T(K)$ 之间满足 Arrhenius 方程, 见式(12)。

$$\eta=Ae^{\Delta E/KT} \quad (12)$$

式中: k 为玻尔兹常数, 0.8617×10^{-4} eV/K; A 为常数; ΔE 为激活能。

根据电子元件寿命统计模型及其与温度应力的关系, 可以得出电子元件的寿命分布。

3 无失效情况处理

在高温贮存试验结束后, 若电子元件未出现失效, 记 $p_i=P(T<t)$ 为电子元件在 t_i 时刻失效的概率, 进行以下分析。在试验 t_i 处共试验 n_i 个试样, 记为 $s_i=n_i+n_{i+1}+\cdots+n_m$, 它表示在 t_i 时刻还未失效的试样数量, 一般称 (t_i, n_i) ($i=1, 2, \cdots, m$) 为无失效数据, 对于无失效数据, 可得到以下信息:

- 1) $t=0$ 时, 试样的失效概率 $p^0=P(T<t)=0$;

2) 在 t_i 时刻有 s_i 个试样的寿命大于 t_i ;

3) $0< t_1 < t_2 < \cdots < t_m$ 时, $p_1 < p_2 < \cdots < p_m$ 。

3.1 先验分布密度确定

无失效数据情况下, 失效概率 p_i 趋于大的可能性小, 趋于小的可能性大, 因此不能取 p_i 的均匀分布作为它的先验分布^[8]。文献[9]提出构造多层先验分布的方法, 即减函数法, 选取减函数作为 p_i 的先验分布密度函数的核。减函数符合在无失效数据情况下 p_i 大的可能性小、小的可能性大的要求。根据减函数法, $\exp(-bp_i), p_{i-1} < p_i < \lambda_i$ 可以作为 p_i 的先验分布的核, 其中取 $p_{i-1} < p_i$ 是为了使 p_i 满足保序性。不妨设 p_i 具有先验分布密度为:

$$\pi(p_i | r_i) = e^{-p_i} / (1 - e^{-r_i}), \quad 0 < p_i < r_i \quad (13)$$

式中: $0 < r_1 < 1$ 根据专家信息得出, 由于 $p_1 < p_2 < \cdots < p_m$, 可以得到一个 p_m 的经验上限值 p_m^* , 取 $r_1 = r_2 = \cdots = r_m = p_m^*$ 。

3.2 p_i 的 Bayes 估计

记函数:

$$g(r, s) = \int_0^r e^{-t} (1-t)^s dt, \quad 0 \leq r < 1, s \in \mathbf{N} \quad (14)$$

$$G(r, s) = g(r, s+1) / g(r, s), \quad 0 \leq r < 1, s \in \mathbf{N} \quad (15)$$

对无失效数据 (t_i, n_i) ($s_i = n_i + n_{i+1} + \cdots + n_m, i=1, 2, \cdots, m$), p_i 的先验分布密度可由式(13)得出^[10]。在 t_i 时刻 s_i 个器件均未失效, 其似然函数见式(16)。

$$L(0 | p_i) = (1 - p_i)^{s_i} \quad (16)$$

无失效数据情况下, p_i 的先验分布见式(17)。

$$\pi(p_i | 0) = e^{-p_i} (1 - p_i)^{s_i} / g(r_i, s_i),$$

$$0 < p_i < r_i \quad (17)$$

从而得出, 平方损失下 p_i 的 Bayes 估计为:

$$\hat{p}_i = \int_0^{r_i} p_i \pi(p_i | 0) dp_i = \frac{\int_0^{r_i} p_i e^{-p_i} (1 - p_i)^{s_i} dp_i}{g(r_i, s_i)} =$$

$$\frac{g(r_i, s_i) - g(r_i, s_i + 1)}{g(r_i, s_i)} = 1 - G(r_i, s_i) \quad (18)$$

当 $0 \leq r_1 \leq r_2 \leq \cdots \leq r_m \leq 1$ 时, 易证 $G(r, s)$ 是 r ($0 < r < 1$) 的严格减函数, 是 s ($s \in \mathbf{N}$) 的严格增函数。记 $f(r) = (1-r)g(r, s) - g(r, s+1), 0 \leq r \leq 1$ 。

由于, 且 $f(0)=0$, 所以对 $0 < r < 1$, 有 $f(r) < 0$, 进

(下转第 46 页)

的应力来确保最大振动应力点的应力符合要求水平,方法切实可行。

2) 采用共振峰后的频率点对航空发动机叶片进行振动激励,并对电动振动台采用开环控制的方法,可以有效稳定航空发动机叶片的最大振动应力水平,而且可以保证不会过试验。

3) 航空发动机叶片的振动应力响应与振动台的激振力之间并非简单线性关系,而是存在特定的函数关系。

4) 文中试验技术与方法有很强的工程应用价值,可以广泛应用于其它类型叶片的高应力振动疲劳试验,如风电叶片、螺旋桨叶片、汽轮机叶片、发电机转子叶片等。

参考文献:

- [1] 张巧寿. 振动试验系统现状与发展[J]. 航天技术与民品, 2000(8):36—39.
- [2] 朱兰春. 强度环境试验设备与仪器仪表[M]. 北京:宇航出版社,1989.
- [3] 黄怀德. 振动工程[M]. 北京:宇航出版社,1993.
- [4] 康继东,徐志怀,陈士焯. 压气机叶片的振动疲劳特性[J]. 航空动力学报,1999,14(1):100—101.
- [5] 高镇同. 疲劳性能测试[M]. 北京:国防工业出版社,1980.
- [6] GJB 150.16A—2009,军用装备实验室环境试验方法 第16部分:振动试验[S].
- [7] MENQ C H, GRIFFIN J H, BIELAK J. The Forced Response of Shrouded Fan Stages[J]. Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design, 1986, 108:50.

(上接第22页)

而可得:

$$\frac{\partial G}{\partial r} = \frac{1}{g^2(r,s)} e^{-r} (1-r)^{s+1} f(r) < 0 \quad (19)$$

即 $G(r,s)$ 是 $r(0 < r < 1)$ 的严格减函数。

$$\text{又因为 } \frac{\partial G}{\partial s} = \frac{1}{g(r,s)} A(r,s), [1 - \frac{1}{2} r - G(r,s)],$$

$A(r,s)$ 为 $h(t) = e^{-t} (1-t)^s \ln(1-t)$ 在 $(0,r)$ 内一点的取值,可以得到 $A(r,s) < 0$, 且当 $0 < r < 1$ 时:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} &= [(1 - \frac{1}{2} r) g(r,s) - g(r,s+1)] = \\ & - \frac{1}{2} r [\int_0^r e^{-t} (1-t)^s dt - r e^{-r} (1-r)^s] < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

从而可得 $-\frac{1}{2} r - G(r,s) < 0$, 并且 $\frac{\partial G}{\partial s} > 0$, 即 $G(r,s)$ 是 s 的严格增函数。

综上所述,得到 p_i 的 Bayes 估计, $\hat{p}_i = 1 - G(r,s)$ ($0 \leq r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_m \leq 1$ 时, $\hat{p}_1 < \hat{p}_2 < \dots < \hat{p}_m$)。

4 结论

现代武器装备结构复杂、造价昂贵,不可能按照现行标准的规定进行大量试验。与现行方法相比,通过使用 Bayes 方法,可以大幅度减少电子元件高温贮存试验试样数量。

在试验结束后,针对电子元件出现失效和未失效两种情况,构建电子元件的寿命分布和确定电子元件失效概率 p_i 的先验分布密度,可以得到电子元件的寿命分布和失效概率 p_i 的 Bayes 估计,提高了试验数据的利用率。

参考文献:

- [1] GJB 345A—2005,引信用电起爆爆炸元件的鉴定试验[S].
- [2] GJB 376—87,火工品可靠性评估方法[S].
- [3] 王广伟,芮筱亭,王国平. 基于 Bayes 的火箭弹高、低温环境试验方法[J]. 南京理工大学学报,2009,33(1):88—90.
- [4] 张志华. 加速寿命试验及其统计分析[M]. 北京:北京工业出版社,2002.
- [5] 刘朝阳,赵晓利,杨岩峰,等. 制导弹药火工品单应力水平加速寿命试验研究[J]. 装备环境工程,2012,9(5):29—31.
- [6] 郝冲,许路铁,吕帅. 加速寿命试验技术在弹药贮存可靠性工程中的应用[J]. 装备环境工程,2012,9(5):48—51.
- [7] 韩明. 可靠性参数的修正 Bayes 估计法及其应用[M]. 上海:同济大学出版社,2010.
- [8] 韩明. 可靠性工程中参数的 E-Bayes 估计法及其应用[J]. 兵工学报,2009,30(11):1473—1476.
- [9] 韩明. 多层先验分布的构造及其应用[J]. 运筹与管理,1997,6(3):31—40.
- [10] 韩明. 先验分布的构造方法在无失效数据可靠性中的应用[J]. 运筹与管理,1998,7(4):26—29.