

# 基于奇异谱的精密离心机空气轴承主轴回转系统误差分析

舒杨, 陈文颖, 宋琼

(中国工程物理研究院 总体工程研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** **目的** 提出一种精密离心机主轴回转系统误差分析方法。**方法** 基于奇异谱分析对主轴回转误差的趋势进行提取,采用4个安装指定位置的高精度传感器测量轴回转相对位置变化,对数据进行奇异谱分析,采用差分奇异谱的准则来确定重构数据所需的基本分解信号,重构获得的数据为测量数据的趋势部分,即为主轴回转的系统误差。**结果** 重构获得的数据趋势在各个转速下均与实测结果趋势基本一致。**结论** 基于奇异谱分析的精密离心机空气轴承主轴回转误差趋势分析方法能够有效地用于补偿修正该系统误差。

**关键词:** 精密离心机; 奇异谱分析; 数据趋势分析

**DOI:** 10.7643/issn.1672-9242.2015.05.016

**中图分类号:** TJ05; V416      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-9242(2015)05-0095-04

## Error Analysis of Spindle Rotation System of Precision Centrifuge by Singular Spectrum Analysis

SHU Yang, CHEN Wen-ying, SONG Qiong

(Institute of System Engineering, CAEP, Mianyang 621900, China)

**ABSTRACT: Objective** To provide a method for error analysis of spindle rotation system of precision centrifuge. **Methods** Based on singular spectrum analysis (SSA), the tendency of system error was extracted. Four high-precision sensors were used to measure the relative position changes of the spindle. Signal reconstruction was decomposed by differential-SSA and the data tendency were obtained, i.e., the spindle rotation system error. **Results** The tendency by reconstruction was consistent with the measured results at each speed. **Conclusion** This method could be used to compensate the spindle rotation system error of precision centrifuge.

**KEY WORDS:** precision centrifuge; singular spectrum analysis (SSA); data tendency analysis

精密离心机作为高精度惯性仪表校准、检测的重要装置,在航空、航天、航海、军事等领域占有非常重

收稿日期: 2015-05-21; 修订日期: 2015-07-20

Received: 2015-05-21; Revised: 2015-07-20

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2011YQ13004703)

Fund: Supported by National Fundamental Equipment Development Special Project (2011YQ13004703)

作者简介: 舒杨(1982—),男,四川绵阳人,硕士,工程师,主要从事自动控制等方面的研究。

Biography: SHU Yang(1982—), Male, from Mianyang, Sichuan, Master, Research focus: automatic control etc.

要的地位<sup>[1-2]</sup>。空气轴承主轴回转误差直接影响实验件的有效工作半径,任顺清等通过对主轴的几何轴线与瞬时轴线的关系进行建模,用安装在主轴上下两个截面的4个位移传感器来测试主轴的径向回转误差,根据此误差来对离心机的工作半径进行补偿<sup>[3-4]</sup>。文献[3-4]所采用的方法从模型的角度来分析系统误差,实际上空气轴承主轴工作时往往不能满足所建模型的假设条件,该方法具有局限性。根据测量误差的理论,系统误差在同一条件下,测量误差绝对值和符号都保持不变,或者按规律变化<sup>[5]</sup>,从测量数据中分析出系统误差的趋势对测量结果进行补偿可以避免模型的局限性。

近年来基于数据驱动的建模方法得到了广泛应用<sup>[6]</sup>,其中奇异谱分析(Singular Spectrum Analysis, SSA)方法是一种基于多变量统计学原理的无参数模型的分析方法<sup>[7-8]</sup>。它把原信号分解为互不相关的信号之和,这些分解后的信号可以被解释为原信号的趋势、周期、和非周期的噪声<sup>[9]</sup>,该方法所获得的趋势和周期可以认为是从数据中获得的模型。文中提出了精密离心机空气轴承主轴回转误差的SSA分析方法,通过的测量数据进行奇异谱分析,采用差分奇异谱原则从数据中获得误差的变化趋势,实验结果证明了该方法的有效性。

### 1 奇异谱分析

设长度为 $N$ 的信号 $X_N=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,窗口长度为 $L(1 < L < N)$ 和 $K=N-L+1$ ,SSA的算法由分解和重构两个阶段组成,详细的阐述参考文献[9]。

#### 1.1 分解

通过原信号 $X_N=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 构建的Hankel矩阵 $H_{L \times K}$ :

$$H = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_K \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & \dots & x_N \end{pmatrix} \quad (1)$$

式(1)称为嵌入过程,把原信号列映射为一系列的滞后向量 $X_i=(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+L-1})$ , $(1 \leq i \leq K)$ 。对 $H$ 进行奇异值分解得:

$$H = \sum_i^d \sigma_i U_i V_i^T \quad (2)$$

式(2)中 $\sigma_i=(i=1, \dots, d)$ 为 $H$ 的非零奇异值, $U_i, V_i$ 分别为 $H$ 的左、右特征向量。设 $E_i=\sigma_i U_i V_i^T$ 为基本矩

阵,则式(2)可以表示为:

$$H = E_1 + E_2 + \dots + E_d \quad (3)$$

式(3)中的每个基本矩阵对应于一个信号,称为基本信号 $X^{(i)}(i=1, \dots, d)$ 。

#### 1.2 重构

基本信号 $X^{(i)}$ 间一般不满足两两之间的不相关性,设 $X^{(i)}(i=1, \dots, d)$ 可分成 $m$ 组不相关的信号,则式(3)表示为:

$$H = X_{I_1} + X_{I_2} + \dots + X_{I_m} \quad (4)$$

式(4)中 $I_i$ 为 $(i=1, \dots, d)$ 的一个子集,称 $X_{I_i}$ 所对应信号为原信号的一个成分。由式(1)可知,通过对 $X_{I_i}$ 副对角线的元素平均可获得对应的分解信号。设 $L^* = \min(L, K)$ , $K^* = \max(L, K)$ , $y_{i,j}(i=1, \dots, L)$ , $(j=1, \dots, K)$ 为矩阵 $X_{I_i}$ 的元素,则矩阵 $X_{I_i}$ 所对应的信号 $S^{(I_i)}(s_k, k=1, \dots, N)$ 由式(5)求出<sup>[9]</sup>。

$$s_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k y_{m,k-m+1} & \text{if } L^* < k \leq K^* \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+1} & \text{if } L^* < k \leq K^* \\ \frac{1}{N-k+1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+1} & \text{if } K^* < k \leq N \end{cases} \quad (5)$$

每个矩阵 $X_{I_i}$ 由式(5)可重构一个信号 $S^{(I_i)}$ ,原信号 $X_N$ 分解为 $m$ 个不相关信号之和。

$$X_N = \sum_i^m S^{(I_i)} \quad (6)$$

#### 1.3 差分奇异谱

实际的振动信号包含有噪声,可表示为:

$$X_N = S_N + N_N \quad (7)$$

式中: $S_N$ 为信号; $N_N$ 为噪声。由 $X_N$ 构造的Hankel矩阵可表示为:

$$H = H_S + H_N \quad (8)$$

按照式(1),由信号 $S_N$ 构成的 $H_S$ 矩阵相邻两行相关,为非满秩矩阵,其奇异值的前 $k$ 个不为0,其余的为0。由噪声构成 $H_N$ 矩阵相邻两行不相关,为满秩矩阵,其奇异值的大小变化不大,均明显小于 $H_S$ 的奇异值,矩阵 $H$ 的奇异值满足关系式<sup>[10]</sup>:

$$\sigma(H) \leq \sigma(H_S) + \sigma(H_N) \quad (10)$$

文献[7]指出 $H_S$ 的奇异值在第 $k$ 点发生明显的变化,定义了奇异差分谱 $b_i = \sigma_i - \sigma_{i+1}$ 来描写其突变,选择奇异差分谱的峰值位置 $k$ 所在的前 $k$ 基本信号来描述 $S_N$ ,

## 2 实验与分析

### 2.1 实验条件

精密离心机主轴结构如图1所示,其中空气轴承为图1中A框所示,实验件安装在B位置,回转速度为 $\omega$ ,测量系统由4只电容传感器(图中1—4位置)与NI公司PXI数据采集卡构成。具体参数与配置如下:传感器量程为0~500  $\mu\text{m}$ ,输出信号范围为0~+10 V,工作频率为3 kHz;NI-PXI6229采用电压差分测量,分辨率为16位,量程为-10~+10V;分别对0, 60, 90, 120, 150, 180, 210 r/min转速采用1000 Hz固定采样率进行数据采集;转速相对标准不确定不低于 $1 \times 10^{-6}$ ;测量系统均由UPS蓄能后独立由电池供电。

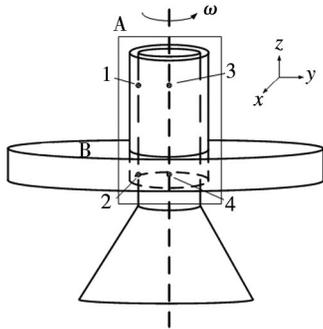


图1 主轴结构  
Fig.1 Spindle structure

### 2.2 测量数据误差趋势分析

速度为60, 180 r/min时测点1的数据如图2所示。选择窗口 $L=500$ ,进行SSA分析,其差分奇异谱如图3所示。选择前3个基本信号来提取趋势如图4所示。

从图4中可知,获取了空气轴承回转误差的周期性变化趋势。速度为60 r/min时的误差趋势和原始数据如图5所示,从图5中可知,可以认为图4所获取的主轴回转误差趋势为主轴的系统误差。按照上述过程分析其他测点,得到的结果基本一致。

### 2.3 主轴回转系统误差趋势

分别提取了测点1—4不同转速下的数据趋势,并计算其均值、标准差,见表1。

从表1中可知,采用SSA从同一测点数据中提取的趋势基本上保持不变,不随转速变化而变化。从误

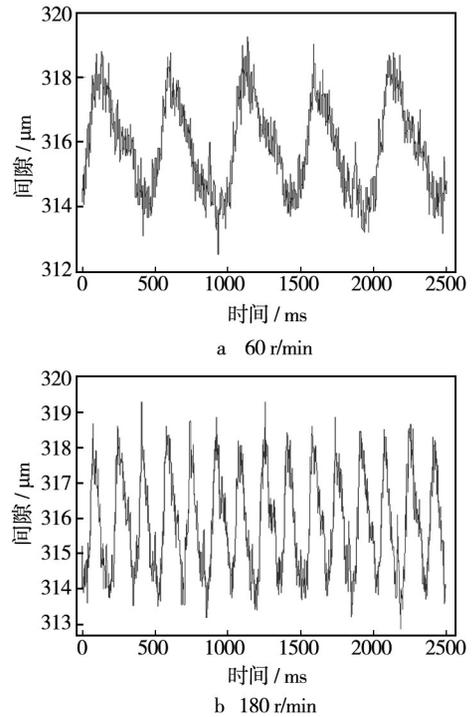


图2 不同转速下同一测点的主轴回转误差  
Fig.2 Rotation errors of the spindle under different rotation speeds

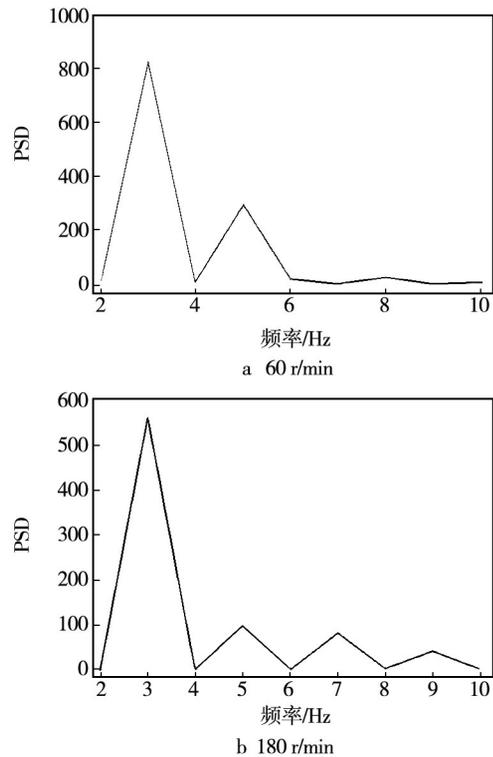


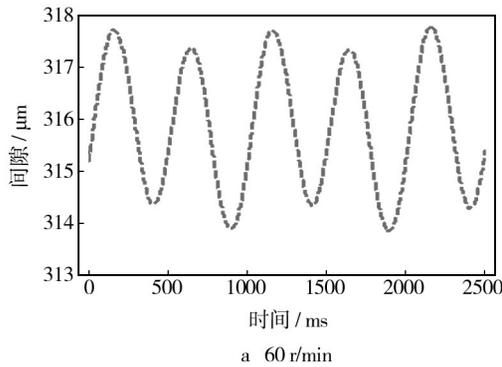
图3 差分奇异谱  
Fig.3 Difference singular spectrum

差理论可得,所获得的趋势数据是系统误差,可以用来对测量结果进行修正。图6所示速度为120 r/min所

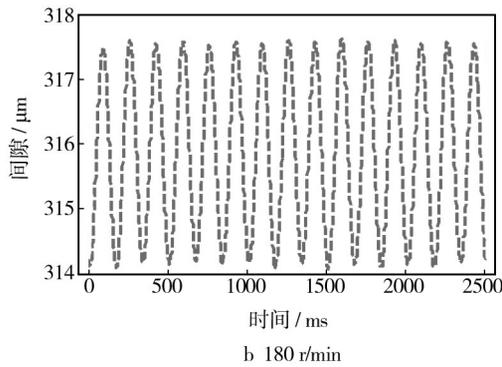
表1 测点1—4数据趋势的均值和标准差

Table 1 The mean and the standard deviation of the data

转速/ (r·min <sup>-1</sup> )	测点1		测点2		测点3		测点4	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
60	315.81	1.24	321.94	1.93	342.09	1.29	374.73	1.90
90	315.81	1.24	321.97	1.86	342.11	1.27	374.78	1.78
120	315.82	1.20	321.98	1.85	342.11	1.27	374.80	1.79
150	315.87	1.20	321.98	1.86	342.10	1.20	374.84	1.78
180	315.84	1.21	322.01	1.86	342.15	1.28	374.83	1.81
210	315.87	1.20	322.01	1.86	342.16	1.26	374.93	1.80



a 60 r/min



b 180 r/min

图4 测点1的回转误差趋势

Fig.4 The trend of the rotation error of the point 1

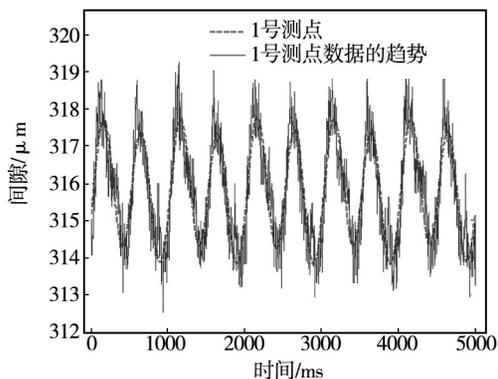
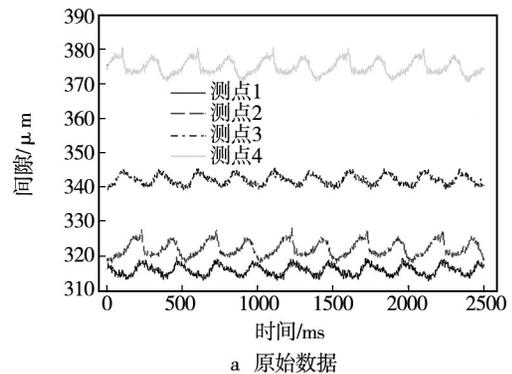


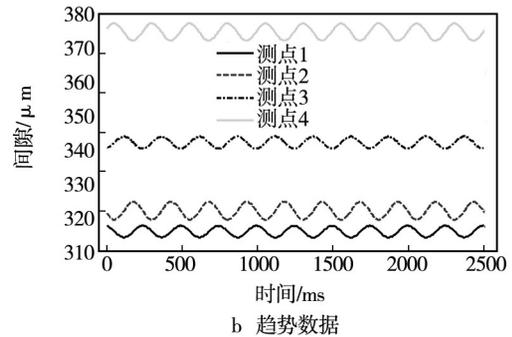
图5 速度为60 r/min的测点1的主轴回转数据和趋势

Fig.5 The spindle rotation data and the trend of the point 1 at 60 r/min

有测点的原始数据及其趋势数据。



a 原始数据



b 趋势数据

图6 速度为120 r/min同一测点的原始数据和其趋势

Fig.6 The original data and its trend of the same point at 120 r/min

### 3 结语

文中对精密离心机的空气轴承的回转精度进行了测量和数据分析,在不同转速下,测量了4个不同位置的主轴回转数据,并对其进行了奇异谱分析,从数据中提取了回转数据的变化趋势。根据误差理论,该趋势为主轴回转的系统误差,可以在数据处理中进行修正以提高测量精度。实验结果表明,精密离心机的转速不会对空气轴承主轴回转系统的相对位置状态产生影响,该方法能够有效地用于补偿修正精密离心机

(下转第104页)

- Physical Scale Model[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2014, 11(5): 125—131.
- [17] 张会奇, 陈春良, 曹玉坤, 等. 基于相似系统理论的装甲车辆发动机使用状态评价研究[J]. *装备环境工程*, 2013, 10(6): 37—40.  
ZHANG Hui-qi, CHEN Chun-liang, CAO Yu-kun, et al. Evaluation Study on the Service Status of Armored Vehicle Engine Based on the Similarity System Theory[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2013, 10(6): 37—40.
- [18] 陈忠振, 许路铁, 俞卫博, 等. 弹载光电系统储存可靠性的相似性分析[J]. *装备环境工程*, 2013, 10(6): 136—139.  
CHEN Zhong-zhen, XU Lu-tie, YU Wei-bo, et al. Similarity Analysis of Storage Reliability of Ammunition-borne Photoelectric System[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2013, 10(6): 136—139.
- [19] 俞幸修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1999.  
YU Xing-xiu. *Random Wave and engineering applications* [M]. Dalian: Dalian Technology University Press, 1999.
- [20] 张霆, 刘汉龙, 胡玉霞, 等. 鼓式土工离心机技术及其工程应用研究[J]. *岩土力学*, 2009, 30(4): 1191—1196.  
ZHANG Ting, LIU Han-long, HU Yu-xia, et al. Geotechnical Drum Centrifuge Technique and Its Engineering Application [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(4): 1191—1196.
- [21] 张亮, 李云波. 流体力学[M]. 哈尔滨工程大学出版社, 2006.  
ZHANG Liang, LI Yun-bo. *Hydromechanics of Ship*[M]. Harbin Engineering University Press, 2006.
- [22] BERNARD Molin. 海洋工程水动力学[M]. 刘水庚, 译. 北京: 国防工业出版社, 2010.  
BERNARD Molin. *Ocean Engineering Hydrodynamics*[M]. LIU Shui-geng translation. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.

(上接第98页)

空气轴承主轴回转系统误差。

#### 参考文献:

- [1] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006.  
DENG Zheng-long. *Inertial technology*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006.
- [2] IEEE Std 1554TM—2005, IEEE recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis[S].
- [3] 任顺清, 杨亚非, 吴广玉. 精密离心机主轴回转误差对工作半径的影响[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2000, 32(1): 54—57.  
REN Shun-qing, YANG Ya-fei, WU Guang-yu. The Influence of Rotary Error of the Spindle on the Working Radius of Precision Centrifuge [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2000, 32(1): 54—57.
- [4] 任顺清, 陈岩, 赵振昊. 精密离心机主轴回转误差对加速度计输入精度的影响[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, 15(1): 116—119.  
REN Shun-qing, CHEN Yan, ZHAO Zhen-hao. Influence of Rotary Errors of Centrifuge Spindle on Accelerometer Input Accuracy[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2007, 15(1): 116—119.
- [5] 古天祥, 王厚军, 刁友宝, 等. 电子测量原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.  
GU Tian-xiang, WANG Hou-jun, XI You-bao, et al. *Electronic Measurement Principle*[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [6] 侯忠生, 许建新. 数据驱动控制理论及方法的回顾和展望[J]. *自动化学报*, 2009, 35(6): 650—667.  
HOU Zhong-sheng, XU Jian-xin. On Data-driven Control Theory: the State of the Art and Perspective[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(6): 650—667.
- [7] 韩凤琴, 桂中华, 久保田乔. 基于奇异谱分析的轴承温度趋势预测及其应用[J]. *华南理工大学学报: 自然科学版*, 2005, 33(9): 51—54.  
HAN Feng-qin, GUI Zhong-hua, KUBATA Takashi. Singular Spectrum Analysis-based Prediction of Bearing Temperature Trend and Its Application[J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2005, 33(9): 51—54.
- [8] ALONSO F, DEL Castillo J, PINTADO P. Application of Singular Spectrum Analysis to the Smoothing of Raw Kinematic Signals[J]. *Journal of Biomechanics*, 2005, 38(5): 1085—1092.
- [9] GOLYANDINA Nina, ZHIGLJAVSKY Anatoly. *Singular Spectrum Analysis for Time Series*[M]. Berlin: Springer, 2013.
- [10] 赵学智, 叶邦彦, 陈统坚. 奇异值差分谱理论及其在机床主轴箱故障诊断中的应用[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(1): 100—108.  
ZHAO Xue-zhi, YE Bang-yan, CHEN Tong-jian. Difference Spectrum Theory of Singular Value and Its Application to the Fault Diagnosis of Headstock of Lathe[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(1): 100—108.