超重环境下摇板造波的理论分析

徐志伽',李明海',王巧莎',石正军²

(1.中国工程物理研究院 总体工程研究所,四川 绵阳 621900; 2.中国工程物理研究院 计算机应用研究所,四川 绵阳 621900)

摘要:目的研究超重环境对传递函数值(摇板摆幅与波浪波幅的比值)的影响,为海工离心机的研制提供理论依据。方法借助C语言以及Matlab软件,进行超重环境下摇板造波的理论推导。结果在深水条件下,利用Matlab计算出的曲线图表明,传递函数值随着重力加速度(离心加速度水平)的增大而减小;在浅水条件下,用C计算出频率为31.4159,水深和摇板都为1m时,在常重力下,传递函数值为1.9801;在重力加速度提高到150g时,传递函数值为0.48504。结论不管是深水条件还是浅水条件下,传递函数值都随着重力加速度的增大而减小。 关键词:超重环境;摇板造波;传递函数 DOI:10.7643/issn.1672-9242.2015.05.017

中图分类号: TJ05; V416 文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2015)05-0099-06

Theoretical Analysis of Paddle Wave Generation under Supergravity

XU Zhi-jia¹, LI Ming-hai¹, WANG Qiao-sha¹, SHI Zheng-jun²
(1. Institute of System Engineering, CAEP, Mianyang 621900;
2. Institute of Computer Application, CAEP, Mianyang 621900, China)

ABSTRACT: Objective To provide theoretical basis for making marine centrifuge and study the influence of supergravity environment on the value of the modulation transfer function (ratio of rocker panel swing to waves). **Methods** By means of C language and MATLAB software, the theoretical derivation was conducted of wave generation using rocker panels under supergravity. **Results** In deep water, MATLAB graph showed that the value of the transfer function decreased along with the increased of acceleration of gravity (centrifugal acceleration level). In shallow water, the frequency was calculated as 31.4159 by C language and the transfer function was 1.9801 at the water depth and wave board of 1 meter under normal gravity; when the gravitational acceleration was up to 150*g*, the transfer function was 0.48504. **Conclusion** No matter in deep water or shallow water, the transfer function values decreases along with the increase of acceleration of gravity.

KEY WORDS: supergravity environment; paddle wave generation; transfer function

收稿日期: 2015-07-21; 修订日期: 2015-08-14

Received: 2015–07–21; **Revised:** 2015–08–14

作者简介: 徐志伽(1991一),女,硕士研究生,主要从事海浪模拟方面研究。

Biography: XU Zhi-jia(1991-), Female, Master graduate student, Research focus: sea wave simulation.

通讯作者:李明海(1970—),男,博士生导师,主要从事工程热物理方面研究。

Corresponding author: LI Ming-hai(1970—), Male, Doctoral supervisor, Research focus: engineering thermophysics.

随着海浪研究的深入,海浪模拟方法也日益成 熟。从实验研究到数值模拟,从波浪水槽造波^{[11}到基 于谱的海浪模拟^[2],均标志着海浪模拟方法的日益多 样化。在实验研究方面有常重环境下的水槽试验,这 种实验主要是通过造波机^[3-5]在水槽中以一定的规律 运动,从而产生所需要的特征波浪;也有超重环境下, 在海工离心机上进行的波浪模拟^[6],通过离心机^[7-9]加 速为实验提供超重力环境。在数值波浪造波方面,有 仿实验式的数值造波,如主动吸收式造波^[10-11]、摇板造 波、推板造波等,另外还有基于谱的海浪模型^[13-15]对不同 的海域进行模拟。

文中主要是关于超重力环境下摇板造波的理论分析。事实上,由于原形实验实施的困难,现实中很大一部分实验都是基于相似理论,在一定的缩尺比上完成的^[16–18],在海工离心机中进行的海浪模拟实验就是其中之一。由相似理论,以傅汝德数 $F_r = U_m / \sqrt{aD}$ (其中: U_m 是波浪过程导致的水流速度;a是离心加速度;D是特征长度)作为相似比尺的控制参数,忽略雷诺数的相似性,则应满足以下相似准则:

$$\frac{\lambda U_m}{\sqrt{\lambda_a \lambda_p}} = 1 \tag{1}$$

式中:λ是模型参数与原形参数的比值,在离心 加速度为N的情况下,λ_o=1/N,λ_a=N。不难得出离心 加速度越大,物理模型的体积就越小,这可以方便缩 尺试验的开展。下面主要讨论离心加速度水平对传 递函数值(波幅与摆幅的比值)的影响,进而说明摇板 造波中同样的摇板摆幅下,超重环境对波幅的影响。

1 超重环境下摇板造波理论建模

超重环境下造波与常重环境下造波的区别主要 表现在色散关系上,这里采用摇板造波法造波,摇板 造波理论¹⁰⁹是微幅波理论的实际应用。对于摇板式造 波机,只要适当控制造波板的摆动周期,就可以得出 所需波浪的周期与波长。波高与造波板的摆幅大小 有关,造波板的摆幅越大,产生的波浪波高也就越大, 反之,则越小。

1.1 几何模型

将几何模型简化,如图1所示。造波板以板底为 圆心做摆动运动,通过摆动对水池中的水造成扰动, 以此造波。

如图2所示,当离心机转速足够大时,模型箱中盛



图1 几何模型 Fig.1 Geometrical model

着的液体将会紧贴着箱壁,以一定的速度随着模型箱 的旋转而旋转,从而产生一个离心加速度,也正是这 个离心加速度为整个流场提供超重力环境。当离心 加速度远远大于重力加速度时,重力加速度可忽略不 计。图1中的几何模型相当于将模型箱的水平方向转 向了竖直方向,离心加速度方向也相应的变成竖直向 下的方向,摇板的摆动方向及波浪的行进方向为水平 方向。



图2 鼓式离心机^[20] Fig.2 Drum centrifugal

1.2 数学模型

如图2所示,以竖直方向为y轴,向上为正方向; 以水平方向为x轴,向右为正方向。设造波摇板上不 同水深处摇板的摇幅为*e*,水深为*h*,则有:

$$e(y) = \frac{E}{l}y \quad 0 \le y \le h \tag{2}$$

摇板的水平位移为:

$$x = e(y)\sin(\omega t) \tag{3}$$

摇板的水平速度为:

$$u_{\pi\Psi} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \omega e(\gamma) \cos(\omega t) \tag{4}$$

摇板的水平加速度为:

$$a_{\mathcal{K}^{\mathcal{H}}} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 e(y) \sin(\omega t) \tag{5}$$

ω为摇板产生的波浪的圆频率:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{6}$$

式中:T为波浪的周期;f为波浪的频率。

基于微幅波假定^[21],即 $A/\lambda_{\&kK}\ll 1, A/h\ll 1, |\nabla \varphi|\ll 1,$ A为波幅, $\lambda_{\&kK}$ 为波长,h为水深, ω 为速度势。造波板 处波浪的水平速度与摇板的水平速度相同,造波板处 波浪的垂直速度为v,则:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u = \omega e(y) \cos(\omega t)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = v \tag{7}$$

由于在波浪理论中假设水是不可压缩的理想流体, $a \nabla \vec{y} = 0.$ 所以有:

$$\Delta\varphi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \tag{8}$$

1.3 边界条件

1) 水池底部需满足壁面不可穿透条件为:

$$v_{y} \mid_{y=0} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_{y=0} = 0, \quad y = 0$$
 (9)

2) 自由面条件,在微幅波的假定下可以简化为:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + Ng \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad y = h \tag{10}$$

1.4 传递函数解析式

在水深为*h*,造波板水面下的垂直深度为lm,在 这里*h*=lm,造波板的运动规律为:

$$\theta = \arctan(E/l)\sin(\omega t) \tag{11}$$

联立式(2)一(11)可得,水质点垂直方向的平均 位移为:

$$y = \frac{4E\sinh(kh)(kh\sinh(kh) - \cosh(kh) + 1)}{kh(2kh + \sinh(2kh))}\cos(kx - \omega t)$$
(12)

波幅与摆幅的关系[22],即传递函数为:

$$M = A/E = \frac{4\sinh(kh)(kh\sinh(kh) - \cosh(kh) + 1)}{kh(2kh + \sinh(2kh))}$$
(13)

其中*k*为波数,由色散关系确定:

$$ω^2 - kNg tanh(kh) = 0$$
 (14)
1)在深水池中,即*h*>λ时,色散关系可简化为:
 $ω^2 - kNg = 0$ (15)
2)在浅水池中,即*h* $\leq \lambda$ 时,此时色散关系为:
 $ω^2 - kNg tanh(kh) = 0$ (16)

2 传递函数值与离心加速度水平的关系

2.1 深水池条件

将(15)代入(13)得传递函数与摇板圆频率 ω ,离 心加速度水平 N,水深 h 的关系式为:

$$M = \frac{4\mathrm{sinh}(\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h)(\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h\mathrm{sinh}(\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h) - \mathrm{cosh}(\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h) + 1)}{\left(\frac{\omega^2}{Ng}h\right)h(2(\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h) + \mathrm{sinh}(2\left(\frac{\omega^2}{Ng}\right)h))}$$
(17)

设摇板圆频率 ω 、水深h为常数则有: M=f(N)=

$$\frac{4\mathrm{sinh}(\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h)(\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h\mathrm{sinh}(\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h)-\mathrm{cosh}(\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h)+1)}{\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}h\right)h(2(\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h)+\mathrm{sinh}(2\left(\frac{\omega^{2}}{Ng}\right)h))$$
(18)

设
$$c = \omega^2 h/g$$
,式(18)化为:
$$M = f(N) = \frac{4\sinh \frac{c}{N} (\frac{c}{N} \sinh \frac{c}{N} - \cosh \frac{c}{N} + 1)}{\frac{c}{N} (2\frac{c}{N} + \sinh(2\frac{c}{N}))}$$
(19)

取
$$c/N=P$$
得:

$$M = g(P) = \frac{4\sinh P(P\sinh P - \cosh P + 1)}{P(2P + \sinh(2P))}$$
(20)

将函数g(P)对P求导得:

$$g'(P) = \frac{(4P\sinh(2P) - 2 - 2\cosh(2P) + 4\cosh P)(2P^{2} + P\sinh(2P))}{4P^{4} + \frac{1}{2}P^{2}(\cosh(4P) - 1) + 4P^{3}\sinh(2P)} - \frac{(2P\cosh(2P) - 2P - 2\sinh(2P) + 4\sinh P)(4P + \sinh(2P) + 2P\cosh(2P))}{4P^{4} + \frac{1}{2}P^{2}(\cosh(4P) - 1) + 4P^{3}\sinh(2P)} - (21)$$

在 Matlab 中绘制 g'(P) - P 的关系如图 3 所示,g'(P)的单位为 $1/s^2$, P 的单位为 s^2 。P 的范围分别取(0,

10),(0,100),因为数据过于集中,对横纵坐标取对数 之后的曲线如图3c,d所示。



图 3 g'(P)-P关系 Fig.3 Relation graph of g'(P)-P

由于直接证明g(P)>0比较困难,而另一方面可 以利用Matlab比较直观地证明在(0,10000)范围内函 数g(P)是大于0的(图3c,d中,因为后面的数据为无 穷小而没有显示出来)。这样的范围在工程上是足够 用的,而且从图3中也不难看出,g'(P)是以y=0为渐 近线的函数,也就有g'(P)>0,也就是函数g(P)为一 个单增函数。由于c/N=P,不难证明函数f(N)为一个 单减函数。即传递函数值会随着离心加速度水平的 提高而减小。

2.2 浅水池条件

将方程(16)和方程(13)联立求解: $\begin{cases}
\omega^2 - kNg \tanh(kh) = 0 \\
M = A/E = \frac{4\sinh(kh)(kh\sinh(kh) - \cosh(kh) + 1)}{kh(2kh + \sinh(2kh))}
\end{cases}$ (22)

不难证明,N随着k的增大而减小,且M随着k的 增大增大,所以M随着N的增大而减小。即在摇板的 摆幅相同的情况下,离心加速度水平越高,传递函数 值就会越低,相应造出的波高也就越低。

例如:在水深*h*=1 m,造波板水面下垂直深度*l*=*h*= 1 m,长*L*=10 m,离心加速度为的水池中造波幅*a*= 0.015 m,频率*f*=10 Hz。

$$\omega^{2} = \frac{2\pi}{\lambda} Ng \frac{e^{(2\pi/\lambda)h} - e^{-2(\pi/\lambda)h}}{e^{(2\pi/\lambda)h} + e^{-(2\pi/\lambda)h}}$$
(24)

设 $f(h) = (e^{(2\pi/\lambda)h} - e^{-(2\pi/\lambda)h})/(e^{(2\pi/\lambda)h} + e^{-(2\pi/\lambda)h})$,

因为2 $\pi/\lambda > 0$,不难得出f(h)为单增函数,且最大值 趋近1,当 $h=\lambda$, $f(h) \approx 0.988$ 40749。因此当 $h > \lambda$ 时,方程(14)可简化为:

$$\omega^2 - kNg = 0 \tag{25}$$

现假设例子的参数满足上述要求,将式(23)代入 式(25)得 $k\approx 1.007$ 1。由 $\lambda = 2 \pi/k$ 得 $\lambda \approx 6.238$ 884, 显然 $\lambda > h$,不满足条件。由于式(14)为一个超越方 程,文中用C++程序来计算,计算得 $k\approx 1.199$ 68,既而 算得 $\lambda \approx 5.237$ 38。将 $k\approx 1.99$ 68,h=1m代入到式 (13)中。得传递函数值为 $A/E\approx 0.639$ 906。

由此可得,由摇板造波机的周期就可以知道波浪的周期,而且由式(25)可得波数k,由 λ =2π/k可得波 长,再由波数以及摇板造波机的摇幅就可以得到波 幅。

由(12),(13)可知传递函数与摇板的圆频率ω、离 心加速度水平N、水池的水深h(这里摇板低端距离水 面的长度也为h,即摇板的底部与水池的底部重合,可 见前面的几何模型)的关系。在ω=31.4159,*l=h*=1 m 的情形下,离心加速度水平和传递函数值之间的关系 见表1。可以看出,在同样的圆频率下,随着离心加速 度水平的提高,传递函数值逐渐减小。

表1 *M*–N关系 Table 1 Relation graph of *M*–N

离心加速度水平N	传递函数值M	
150	0.4850	
125	0.5489	
100	0.6399	
75	0.7965	
50	1.0734	
25	1.5125	
1	1.9801	

3 结论

从以上分析不难得出,不管是在深水池还是浅水 池中,传递函数值都会随着离心加速度水平的提高而 减小。也就是说,在相同的摆幅下,随着离心加速度 水平的提高,所得到的波浪的波高会越来越低。

参考文献:

- 张淑华,杨方方,赵传刚.数值波浪水槽造波技术及工程应用研究[J].科学技术与工程,2013,13(27):8046—8052.
 ZHANG Shu-hua, YANG Fang-fang, ZHAO Chuan-gang.
 Study on Wave-making Technology and Engineering Applications of Numerical Wave Flume[J]. Technology and Engineering,2013,13(27):8046—8052.
- [2] 王虹旋,刘鹏.基于谱的海浪模拟与谱估计[J]. 舰船电子工程,2012,32(5):91—92.

WANG Hong-xuan, LIU Peng. Simulation of Wave Based on Wave Spectrum and Estimation of Wave Spectrum[J]. Ship Electronic Engineering, 2012, 32(5):91-92.

- [3] PRESNELL C E. Ocean Current and Wave Generator: US, 3478444[P]. 1969–11–18.
- [4] DENNIS L Taylor. Tunnel-wave Generator: US, 4792260[P]. 1988-10-20.
- [5] DENNIS L Taylor. Wave Generator; US, 4558474[P]. 1895– 10–17.
- [6] 陈志超,王忠涛,奕茂田,等. 鼓式离心机中的线性规则波 浪离心模型试验[J]. 海岸工程,2013,32(2):47—54.
 CHEN Zhi-chao, WANG Zhong-tao, LUAN Mao-tian, et al. Centrifugal Model Test of Linear Progressive Wave in a Drum Centrifuge[J]. Coastal Engineering,2013,32(2):47—54.

- [7] 陈胜来,刘谦. 离心机吊篮耳轴扭矩测试技术[J]. 装备环境 工程,2013,10(1)102—104.
 CHEN Sheng-lai, LIU Qian. Technology of Torque Measurement on Trunnion of Centrifuge Suspended Basket[J]. Equipment Environmental Engineering, 2013, 10(1):102—104.
- [8] 凌明祥,王珏,宁菲,等. 地球自转及天体作用力对精密离心机的影响[J]. 装备环境工程,2014,11(1):97—100.
 LING Ming-xiang, WANG Jue, NING Fei, et al. Influence of Earth's Rotation and Celestial Forces on Precision Centrifuge
 [J]. Equipment Environmental Engineering, 2014, 11 (1): 97—100.
- [9] 王珏,宋琼,牛宝良. 高动态离心机系统建模与仿真[J]. 装 备环境工程,2010,7(6):285—287.
 WANG Jue, SONG Qiong, NIU Bao-liang. Modeling and Sim-

ulation of High Dynamic Centrifuge[J]. Equipment Environmental Engineering, 2010, 7(6): 285–287.

- [10] PETER Troch, JULIEN De Rouck. An Active Wave Generating-absorbing Boundary Condition for VOF Type Numerical Model[J]. Coastal Engineering, 1999(38):223-247.
- [11] PABLO Higuera, JAVIER L Lara, INIGO J Losada. Realistic Wave Generation and Active Wave Absorption for Navier-Stokes Models Application to Openfoam[J]. Coastal Engineering, 2013(71):102-118.
- [12] 高山. 海浪的数值模拟及其大尺度作用力的分析[D]. 上海:华东师范大学,2005.

GAO Shan. Numerical Simulation of Waves and Analysis of Large Scale Forces[D]. Shanghai; East China Normal University, 2005.

- [13] 邹建武,祝明波,董巍.海浪建模方法综述[J]. 舰船电子工程,2010(11):10—14.
 ZOU Jian-wu, ZHU Ming-bo, DONG-Wei. An Overview of Ocean Wave Modeling[J]. Ship Electronic Engineering, 2010 (11):10—14.
- [14] 李苏军,杨冰,吴玲达.海浪建模与绘制技术综述[J]. 计算 机应用研究,2008,25(3):666—669.

LI Su-jun, YANG Bing, WU Ling-da. Survey on Modeling and Rendering of Ocean Wave[J]. Application of Computer, 2008,25(3):666—669.

[15] 路晶,王东.海浪模拟模型的研究[J].电脑知识与技术, 2009,5(29):8291—8295.

LU Jing, WANG Dong. An Ocean Wave Simulation Model Research[J]. Computer Knowledge and Technology, 2009, 5 (29):8291-8295.

[16] 刘福国,张国庆,张伟,等. 基于缩比模型的导管架平台外加电流阴极保护系统优化设计[J]. 装备环境工程,2014,11
 (5):125—131.

LIU Fu-guo, ZHANG Guo-qing, ZHANG Wei, et al. Design Optimization of ICCP System for Jacket Platform Based on Physical Scale Model[J]. Equipment Environmental Engineering ,2014,11(5):125-131.

[17] 张会奇,陈春良,曹玉坤,等.基于相似系统理论的装甲车
 辆发动机使用状态评价研究[J].装备环境工程,2013,10
 (6):37—40.

ZHANG Hui-qi, CHEN Chun-liang, CAO Yu-kun, et al, Evaluation Study on the Service Status of Armored Vehicle Engine Based on the Similarity System Theory[J]. Equipment Environmental Engineering, 2013, 10(6):37-40.

[18] 陈忠振,许路铁,俞卫博,等. 弹载光电系统储存可靠性的 相似性分析[J]. 装备环境工程,2013,10(6):136—139.
CHEN Zhong-zhen, XU Lu-tie, YU Wei-bo, et al. Similarity Analysis of Storage Reliability of Ammunition-borne Photoelectric System[J]. Equipment Environmental Engineering, 2013,10(6):136—139.

[19] 俞幸修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连:大连理工大学

出版社,1999.

YU Xing-xiu. Random Wave and engineering applications [M]. Dalian: Dalian Technology University Press, 1999.

- [20] 张霆,刘汉龙,胡玉霞,等. 鼓式土工离心机技术及其工程应用研究[J]. 岩土力学,2009,30(4):1191—1196.
 ZHANG Ting, LIU Han-long, HU Yu-xia, et al. Geotechnical Drum Centrifuge Technique and Its Engineering Application [J]. Rock and Soil Mechanics,2009,30(4):1191—1196.
- [21] 张亮,李云波. 流体力学[M]. 哈尔滨工程大学出版社,2006. ZHANG Liang, LI Yun-bo. Hydromechanics of Ship[M]. Harbin Engineering University Press,2006.
- [22] BERNARD Molin. 海洋工程水动力学[M]. 刘水庚,译.北京: 国防工业出版社,2010.
 BERNARD Molin. Ocean Engineering Hydrodynamics[M].
 LIU Shui-geng translation. Beijing: National Defense Industry Press,2010.

(上接第98页)

空气轴承主轴回转系统误差。

参考文献:

[1] 邓正隆. 惯性技术[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2006.

DENG Zheng-long. Inertial technology[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006.

- [2] IEEE Std 1554TM—2005, IEEErecommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis[S].
- [3] 任顺清,杨亚非,吴广玉.精密离心机主轴回转误差对工作
 半径的影响[J].哈尔滨工业大学学报,2000,32(1):54—57.
 REN Shun-qing, YANG Ya-fei, WU Guang-yu. The Influence of Rotary Error of the Spindle on the Working Radius of
 Precision Centrifuge [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2000, 32(1):54—57.
- [4] 任顺清,陈岩,赵振昊.精密离心机主轴回转误差对加速度 计输入精度的影响[J].中国惯性技术学报,2007,15(1): 116-119.

REN Shun-qing, CHEN Yan, ZHAO Zhen-hao. Influence of Rotary Errors of Centrifuge Spindle on Accelerometer Input Accuracy[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15 (1):116—119.

[5] 古天祥,王厚军,习友宝,等.电子测量原理[M].北京:机械 工业出版社,2004.

GU Tian-xiang, WANG Hou-jun, XI You-bao, et al. Elec-

tronic Measurement Principle[M]. Beijing: China Machine Press, 2004

[6] 侯忠生,许建新.数据驱动控制理论及方法的回顾和展望
[J].自动化学报,2009,35(6):650—667.
HOU Zhong-sheng, XU Jian-xin. On Data-driven Control

Theory: the State of the Art and Perspective[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 650—667.

[7] 韩凤琴,桂中华,久保田乔.基于奇异谱分析的轴承温度趋势预测及其应用[J].华南理工大学学报:自然科学版, 2005,33(9):51—54.

HAN Feng-qin, GUI Zhong-hua, KUBATA Takashi. Singular Spectrum Analysis-based Prediction of Bearing Temperature Trend and Its Application[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2005, 33 (9): 51—54.

[8] ALONSO F, DEL Castillo J, PINTADO P. Application of Singular Spectrum Analysis to the Smoothing of Raw Kinematic Signals[J]. Journal of Biomechanics, 2005, 38(5); 1085–1092.

- [9] GOLYANDINA Nina, ZHIGLJAVSKY Anatoly. Singular Spectrum Analysis for Time Series[M]. Berlin: Springer, 2013.
- [10] 赵学智,叶邦彦,陈统坚.奇异值差分谱理论及其在车床主 轴箱故障诊断中的应[J]. 机械工程学报,2010,46(1): 100-108.

ZHAO Xue-zhi, YE Bang-yan, CHEN Tong-jian. Difference Spectrum Theory of Singular Value and Its Application to the Fault Diagnosis of Headstock of Lathe[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 (1): 100-108.