

离心机风阻功率及启动过程分析

黄鹏, 尹益辉, 李顺利, 王鹏飞, 余绍蓉

(中国工程物理研究院 总体工程研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 目的 研究离心机的风阻功率和启动过程。方法 针对圆柱形机室内运行的离心机, 分析机室内空气承受的悬臂力矩和摩擦力矩, 基于动量矩定理和流场的线性分布假设推导随流比方程, 给出随流比的显式表达式, 继而导出离心机风阻功率的计算公式。结果 针对恒扭矩启动条件, 得到了离心机角速度和风阻功率随时间变化的函数关系; 基于能量守恒原理, 得到了机室内的空气温升。结论 基于离心机的设计参数, 给出了角速度和风阻功率的时间变化曲线。通过该项目的研究, 为离心机的工程设计提供了理论依据。

关键词: 离心机; 风阻功率; 动量矩定理; 能量守恒原理

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2015.05.018

中图分类号: TJ05; V416 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2015)05-0105-06

Analysis of Wind Resistance Power and Starting Process of Centrifuge

HUANG Peng, YIN Yi-hui, LI Shun-li, WANG Peng-fei, YU Shao-rong

(Institute of System Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

ABSTRACT: Objective To study the wind resistance power and the starting process of centrifuge. **Methods** Targeting at the centrifuge which was operated in the cylindrical chamber, the arm moment and the friction moment applied to air were analyzed. Based on the moment of momentum theorem and the linear distribution assumption of air flow field, the equation of air flow ratio was deduced. Then, the explicit expression of air flow ratio was proposed, thus, the calculation formula of wind resistance power was derived. **Results** The functional relationship of the centrifuge angular velocity and the wind resistance power with time was deduced in the condition of constant starting torque of centrifuge. Based on the principle of energy conservation, the temperature rise of air was evaluated in the chamber. **Conclusion** Based on the design parameters of the centrifuge, this study proposed the time-angular velocity curve and the time-wind resistance power curve. The results of this study can be used as the theory basis in the centrifuge engineering design.

KEY WORDS: centrifuge; wind resistance power; moment of momentum theorem; principle of conservation of energy

收稿日期: 2015-08-01; 修订日期: 2015-08-20

Received: 2015-08-01; Revised: 2015-08-20

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项项目(2011YQ130047); 国家自然科学基金青年项目(11102195, 11302208)

Fund: Supported by National Fundamental Equipment Development Special Project (2011YQ130047) and the National Natural Science Foundation of China (11102195, 11302208)

作者简介: 黄鹏(1977—), 男, 陕西人, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为结构力学。

Biography: HUANG Peng(1977—), Male, from Shaanxi, Doctor, Senior engineer, Research focus: structural mechanics.

模型的惯性加载试验是通过离心试验来实现的,离心试验是重现物理过程的一种有效方法^[1-2]。通过缩比模型,离心试验能模拟原型自重下的应力水平,在岩土工程领域具有重要的作用。目前,离心试验技术在地基、边坡和坝体等岩土工程中有诸多应用^[3-8]。在离心试验中,离心力的施加通过离心机实现。离心机运行时,按照设定的程序由电动机驱动转轴,继而转轴带动转臂在机室内作高速旋转,从而实现试件的离心载荷加载。

离心机风阻功率的计算对于离心机设计有着重要的意义,基于风阻功率可以开展电机选型和机室温控设计。在美国国家土工离心机研制过程中,SCOTT给出了该土工离心机风阻功率的估算公式^[9]。在研究400g土工离心机时,中国直升机研究所给出了该土工离心机风阻功率的估算公式^[9]。文献[9]给出的风阻功率计算公式主要是针对密闭机室内运行的土工离心机,而且缺乏严密的数学推导。文中则研究非密闭机室内运行的离心机的风阻功率计算公式,以及分析离心机的启动过程。

文中首先指定控制体,分析风阻力矩和摩擦力矩,根据动量矩定理和流场线性分布假设推导随流比方程,导出风阻功率。在离心机恒扭矩启动的条件下,推导离心机的角速度微分方程,进而研究离心机角速度和电机输出功率随时间变化的函数关系。此外,基于能量守恒分析了机室内空气的温升关系,最后给出一实际离心机算例。

1 基本原理

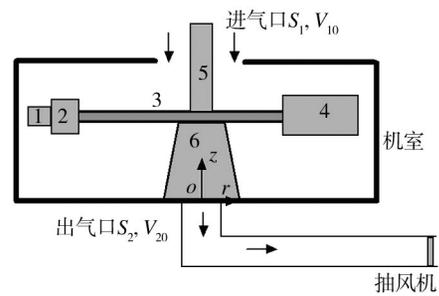
1.1 动量矩定理

离心机及机室如图1所示,在离心机的悬臂上从左向右依次为试件、振动台、转臂、电路控制系统、配重。离心机机室为圆柱形,其顶棚中心有进气孔,气流经圆孔进入,从底座经抽风机排出。

在一个惯性参考坐标系中,若*t*时刻选取系统和控制体重合,则根据动量矩定理和雷诺输运定理^[10-11]有:

$$\sum M_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} r v \rho d\tau + \int_{cs} r v \rho v n ds \quad (1)$$

式中: M_{sys} 为作用在系统上的外力矩; cv 为控制体的体积; cs 为控制体的边界; r 为体积微元相对于坐标原点的位置矢量; v 为相对于控制体的流体速度; ρ 为流体密度; n 为控制体边界的单位法矢。



1.试件 2.振动台 3.转臂 4.配重 5.电路控制系统 6.底座系统

图1 离心机系统示意

Fig.1 Sketch of centrifuge system

若*t*时刻系统和控制体重合,则作用在系统上的外力矩也可认为作用在控制体上,同时考虑流体为定常流,则有:

$$\sum M_{sys} = \sum M_{cv} = \int_{cs} r v \rho v n ds \quad (2)$$

式中: M_{cv} 为作用在控制体上的外力矩。

对于离心机等旋转机械,控制体内的流动严格讲是周期性的,但从平均意义上可当作定常流动来处理^[12]。控制体取机室的内壁包围区域,控制体内的力矩包括两部分:离心机悬臂对控制体内空气产生的悬臂力矩 M_{arm} ;控制体内的空气与机室内壁面摩擦产生的摩擦力矩 M_f 。 M_{arm} 和 M_f 均为绕转轴*z*轴的力矩,对控制体内的空气而言, M_{arm} 使得空气转动,而 M_f 阻碍空气转动。

根据式(2)有:

$$M_{arm} - M_f = \int_{cs} r v_{\theta} \rho v n ds \quad (3)$$

式中: r 为体积微元的径向坐标, v_{θ} 为空气沿切向的速度分量。对控制体而言,进气口与出气口部位的空气流速沿切向的速度分量均为0,如图1所示。因此式(3)右端为0,根据式(3)可得基本方程:

$$M_{arm} = M_f \quad (4)$$

对于密闭机室,式(4)也适用。

1.2 流场基本假设

对机室内气体流场的分布作如下假设^[13-14]:空气随流速度沿机室半径方向呈线性分布,位于转轴中心处的随流速度为0,沿垂直方向为均匀分布。该假设实际上将机室内的气体看成了一个绕中心轴转动的旋转体。

定义随流比为:

$$\alpha = v_n / v_1 \quad (5)$$

式中: v_n 为试件中心处的空气切向流速,即随流

速度; v_1 为试件中心的速度。由以上流场线性分布假设可知,当悬臂以 ω 角速度稳定旋转时,则机室内的空气便以 $\alpha\omega$ 的角速度旋转。

2 随流比及风阻功率分析

2.1 悬臂力矩分析

离心机旋转时,悬臂力矩由五部分组成:试件力矩 M_1 、振动台力矩 M_2 、工作臂力矩 M_{31} 、配重臂力矩 M_{32} 、配重力矩 M_4 。根据粘性不可压缩流体绕流物体的阻力计算公式,可得离心机转动时试件对机室内空气的作用力,同时考虑到流场的线性分布假设,进而求得试件力矩为:

$$M_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1 - v_n)^2 A_1 C_1 r_1 = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha)^2 A_1 C_1 r_1^3 \quad (6)$$

式中: ρ 为空气密度, $\rho=1.295\text{ kg/m}^3$; A_1 为试件的迎风面积; C_1 为试件的绕流阻力系数; r_1 为试件中心至转轴的距离。

与试件力矩推导过程相同,振动台力矩 M_2 为:

$$M_2 = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha)^2 A_2 C_2 r_2^3 \quad (7)$$

式中: A_2 为振动台的迎风面积; C_2 为振动台的绕流阻力系数; r_2 为振动台中心至转轴的距离。

同理,配重力矩 M_4 的计算公式为:

$$M_4 = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha)^2 A_4 C_4 r_4^3 \quad (8)$$

式中: A_4 为配重的迎风面积; C_4 为配重的绕流阻力系数; r_4 为配重中心至转轴的距离。

转臂的迎风截面如图2所示。根据图2,由积分可得工作臂力矩为:

$$M_{31} = \int_0^{L_{31}} \frac{1}{2}\rho(v - v_1)^2 C_{31} h_{31} r dr = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha)^2 C_{31} A_{31} \frac{L_{31}^3}{4} \quad (9)$$

式中: C_{31} 为工作臂的绕流阻力系数; A_{31} 为工作臂的迎风面积, $A_{31}=L_{31}h_{31}$; L_{31} 为工作臂长度; h_{31} 为工作臂高度。

同理可得配重臂力矩为:

$$M_{32} = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha)^2 C_{32} A_{32} \frac{L_{32}^3}{4} \quad (10)$$

式中: C_{32} 为配重臂的绕流阻力系数; A_{32} 为配重臂的迎风面积, $A_{32}=L_{32}h_{32}$; L_{32} 为配重臂长度; h_{32} 为配重臂高度。

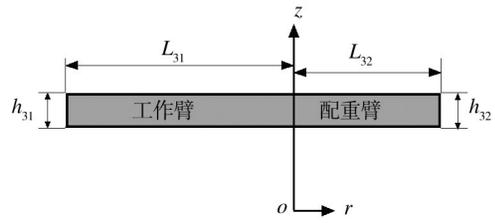


图2 转臂的迎风截面

Fig.2 Sketch of the upwind section of rotational arm

由此,悬臂力矩为:

$$M_{\text{arm}} = M_1 + M_2 + M_{31} + M_{32} + M_4 = \frac{1}{2}\rho\omega^2(1 - \alpha) A_1 C_M r_1^3 \quad (11)$$

式中: C_M 称为悬臂风阻力矩系数。其表达式为:

$$C_M = C_1 \left(1 + \frac{A_2 C_2 r_2^3}{A_1 C_1 r_1^3} + \frac{A_4 C_4 r_4^3}{A_1 C_1 r_1^3} + \frac{A_{31} C_{31} L_{31}^3}{4A_1 C_1 r_1^3} + \frac{A_{32} C_{32} L_{32}^3}{4A_1 C_1 r_1^3} \right) \quad (12)$$

由式(12)可见,风阻力矩系数 C_M 和悬臂上各部件的几何形状、位置及绕流阻力系数有关。

2.2 摩擦力矩分析

机室为圆柱形,如图3所示。空气与机室壁面的摩擦阻力系数 C_f 可由流体力学中顺流平板的分析可知^[12]。对于离心机而言,机室侧壁为凹界面,还应该考虑侧壁凹界面导致摩擦阻力变大,因此取侧壁的摩擦阻力修正系数 $\eta=1.1$ 。侧壁上取面积微元 dS ,则微元上的摩擦阻力为:

$$df = \eta C_f \left(\frac{1}{2}\rho v_w^2 \right) dS \quad (13)$$

式中: v_w 为机室侧壁的空气切向流速。

空气与机室侧壁的摩擦力矩为:

$$M_w = \int R_1 df = \pi \eta C_f \rho \alpha^2 \omega^2 R_1^4 H \quad (14)$$

式中: R_1 为机室半径; H 为机室高度。

同理,地板与空气的摩擦力矩为:

$$M_d = \frac{\pi}{5} \rho C_f \alpha^2 \omega^2 R_1^5 \quad (15)$$

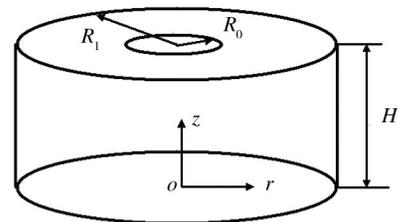


图3 离心机机室

Fig.3 Sketch of centrifuge chamber

考虑顶棚中心开有半径为 R_0 的圆孔,顶棚摩擦力矩为:

$$M_u = \frac{\pi}{5} \rho C_f \alpha^2 \omega^2 (R_1^5 - R_0^5) \quad (16)$$

综上所述,机室壁面的总摩擦力矩为:

$$M_f = M_w + M_d + M_u = \pi C_f \rho \alpha^2 \omega^2 R_1^5 \left[\frac{\eta H}{R_1} + 0.4 - 0.2 \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^5 \right] \quad (17)$$

2.3 随流比方程

将式(11)和式(17)带入式(4)得随流比方程:

$$(1 - \alpha)^2 = K \alpha^2 \quad (18)$$

式(18)中:

$$K = \frac{2\pi C_f R_1^5 \left[\frac{\eta H}{R_1} + 0.4 - 0.2 \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^5 \right]}{A_1 C_M r_1^3} \quad (19)$$

由式(18)解得

$$\alpha = \frac{1}{1 + \sqrt{K}} \quad (20)$$

摩擦阻力系数 C_f 与雷诺数 Re_l 以及相对光滑度相关,其关系曲线见文献[12]。计算随流比时,可先令 $\alpha_0=0.5$, 然后求出摩擦阻力系数 C_{f0} , 进一步通过式(19)和式(20)求出 α_1 , 这样通过迭代的办法可以求出随流比 α , 该迭代求解过程可用图4表示。实际经验表明,经过一次迭代便可以较准确地求得随流比。

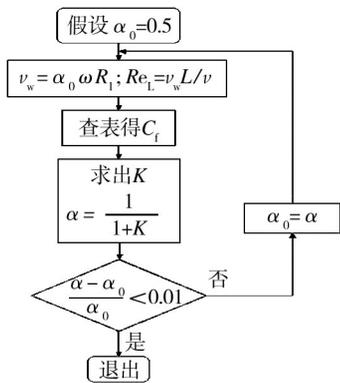


图4 随流比的迭代求解过程

Fig.4 Iterative solution of the air flow ratio

2.4 风阻功率分析

当离心机稳定匀速运转时,此时电机的输出功率为风阻功率,此风阻功率为:

$$P_w = M_{arm} \omega = \frac{1}{2} \rho \omega^3 (1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3 \quad (21)$$

进一步考虑到 $M_f = M_{arm}$, 式(21)可写为:

$$P_w = M_{arm} \omega = M_f \alpha \omega + M_{arm} (1 - \alpha) \omega \quad (22)$$

机室内的空气相对于机室以 $\alpha \omega$ 旋转,因此, $M_f \alpha \omega$ 便是机室内空气在室壁的摩擦耗能,这部分耗能可称为二次摩擦功率。悬臂相对机室内空气以 $(1 - \alpha) \omega$ 的角速度旋转, $M_{arm} (1 - \alpha) \omega$ 这部分功率便是悬臂克服风阻而消耗的功率,这部分能量消耗在悬臂的不均匀绕流上,可称为一次摩擦功率。进气口和出气口的流速均沿着 z 轴方向,机室的排气耗能由抽风机提供,这部分排气功率与风阻功率无关。

3 启动过程及温升分析

3.1 启动过程分析

在离心机启动过程中,假定电机提供给离心机主轴的扭矩是恒定的,且一直保持为最大扭矩 M_{max} 。当离心机达到其工作角速度 ω_g 时,将一直保持在恒值 ω_g 运行,离心机惯性力矩变为0,电动机提供给主轴的扭矩要降为悬臂力矩 M_{arm} 。因此,若离心机的启动时间为 t_1 , 则电动机扭矩 M_{out} 随时间的变化过程如图5所示, M_{out} 的函数关系为:

$$M_{out} = \begin{cases} M_{max} & t \leq t_1 \\ \frac{1}{2} \rho \omega_g^2 (1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3 & t > t_1 \end{cases} \quad (23)$$

离心机启动段存在关系式为^[15]:

$$M_{max} = M_{int} + M_{arm} = J \dot{\omega} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3 \quad (24)$$

式中: M_{int} 为惯性力矩; J 为转动惯量。

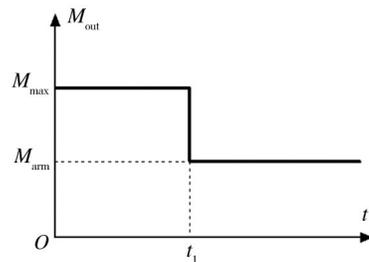


图5 电机扭矩 M_{out} 的时间历程曲线

Fig.5 Time-torque curve of motor

由式(23)和式(24)知离心机以恒扭矩启动时,其角速度为时间的分段函数:

$$\omega(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{M_{max}}{\xi} \tanh\left(\frac{\sqrt{\xi M_{max}}}{J} t\right)} & t \leq t_1 \\ \omega_g & t > t_1 \end{cases} \quad (25)$$

式中: \tanh 为双曲函数; $\xi = \frac{1}{2}\rho(1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3$ 。

则离心机加速到工作角速度 ω_g 的时间 t_1 为:

$$t_1 = \frac{J}{\sqrt{\xi M_{\max}}} \operatorname{arctanh}\left(\omega_g \sqrt{\frac{\xi}{M_{\max}}}\right) \quad (26)$$

若不考虑摩擦损耗,则电机输出总功率 P_{out} 的时间函数关系为:

$$P_{\text{out}} = \begin{cases} J\dot{\omega}\omega + \frac{1}{2}\rho\omega^3(1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3 & t \leq t_1 \\ \frac{1}{2}\rho\omega_g^3(1 - \alpha)^2 A_1 C_M r_1^3 & t > t_1 \end{cases} \quad (27)$$

3.2 温升分析

在离心机转动过程中,风阻功率所导致的能量消耗会转化为热能,需要采用冷热空气交换的方式进行机室温控。如图1所示,排气过程需要的动能由抽风机提供。

当离心机稳定运转时,风阻功率等于单位时间内排气所带走的热能。根据能量守恒原理,机室温升为:

$$\Delta T = \frac{\xi\omega_g^3}{\rho c_p \psi} \quad (28)$$

式中: c_p 为空气比热, $c_p=1007 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$; ψ 为机室单位时间内排出的热空气体积量。

4 算例

某离心机的一些基本参数如下:悬臂转动惯量 $J=1.4 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 试件中心至转轴的距离 $r_1=2.0 \text{ m}$, 试件的迎风面积 $A_1=0.6657 \text{ m}^2$, 离心机平稳运行时的悬臂角速度 $g=31.305 \text{ rad/s}$, 悬臂风阻力矩系数 $C_M=1.38$ 。机室半径 $R_1=2.6 \text{ m}$, 机室高度 $H=2.8 \text{ m}$, 机室墙壁的摩擦阻力系数为 0.0054 。计算得到的随流比值为 $\alpha=0.5175$ 。当达到角速度 ω_g 时,风阻功率 P_w 为 33.985 kW 。

电机的最大扭矩 $M_{\max}=1120 \text{ N}\cdot\text{m}$, 计算表明离心机启动加速段时间 $t_1=964.7 \text{ s}$ 。根据式(25),悬臂角速度随时间变化如图6所示。根据式(21),风阻功率随时间变化如图7所示。机室单位时间内排出的热气体积量为 $2 \text{ m}^3/\text{s}$,根据式(28)可得机室温升为 $13.03 \text{ }^\circ\text{C}$ 。

5 结论

1) 针对圆柱形机室内运行的离心机,首先假设机室内空气速度大小为线性分布,指定控制体,根据粘

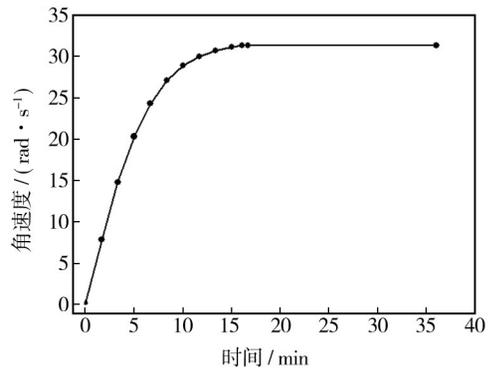


图6 悬臂角速度随时间变化曲线

Fig.6 Time-angular velocity curve of the arm

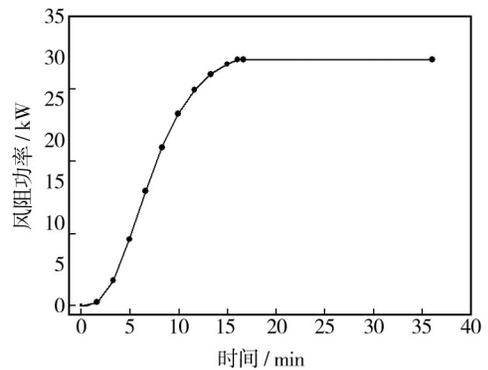


图7 风阻功率随时间变化曲线

Fig.7 Time-wind resistance power curve

性不可压缩流体绕流物体的阻力分析导出了悬臂力矩的计算公式,进而根据流体力学中顺流平板的模型导出了机室壁面的总摩擦力矩,根据动量矩定理推导了随流比方程,给出随流比的显式表达式。

2) 在随流比分析的基础上,给出了离心机稳定匀速转动时的风阻功率计算公式,并将风阻功率分解为一次和二次摩擦功率,阐述了风阻功率的工程意义。最后,文中分析了离心机在恒扭矩启动时各个参量的变化,分析表明角速度为时间的分段函数,其启动段为双曲函数。基于能量守恒分析了机室内空气的温升关系,最后给出一实际离心机的算例。

3) 分析结果为离心机的设计提供了参考,为离心机电机功率的选择提供理论依据。该计算方法已经在多个离心机设计中得到应用。

致谢:感谢中国工程物理研究院的刘新民研究员、徐建国博士以及吴文凯研究员,他们提供了很多建议和资料。

参考文献:

- [1] 朱维新. 土工离心模型试验研究状况[J]. 岩土工程学报, 1986, 8(2): 82—95.
ZHU Wei-xin. A Review of Geotechnical Centrifugal Model Test[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 8(2): 82—95.
- [2] 陈正发, 于玉贞. 土工动力离心模型试验研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 25(2): 4026—4033.
CHEN Zheng-fa, YU Yu-zhen. A Review on Development of Geotechnical Dynamic Centrifugal Model Test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 25(2): 4026—4033.
- [3] 贾普照. 稳态加速度模拟试验设备——离心机的设计(1)[J]. 航天器环境工程, 2009, 26(1): 86—100.
JIA Pu-zhao. The Design of a Steady State Acceleration Simulation Test Equipment—Centrifuge (1st Part)[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2009, 26(1): 86—100.
- [4] 包承纲. 我国岩土离心模拟技术的应用与发展[J]. 长江科学院院报, 2013, 30(11): 55—66.
BAO Cheng-gang. Application and Development of Centrifugal Modeling Technology[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2013, 30(11): 55—66.
- [5] 程永辉, 李青云, 饶锡保, 等. 长江科学院土工离心机的应用与发展[J]. 长江科学院院报, 2011, 28(10): 141—147.
CHENG Yong-hui, LI Qing-yun, RAO Xi-bao, et al. Application and Development of Geotechnical Centrifuge in Yangtze River Scientific Research Institute[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, 28(10): 141—147.
- [6] 濮家骊. 土工离心模型试验及其应用的发展趋势[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(5): 92—94.
PU Jia-liu. Trends of Centrifugal Model Test and Application[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(5): 92—94.
- [7] 陈进. 用离心机作结构模型试验的若干问题探讨[J]. 长江科学院院报, 1991, 8(3): 59—65.
CHEN Jin. Several Problems with the Structural Model Experiments Using Centrifuge[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 1991, 8(3): 59—65.
- [8] 孙述祖. 土工离心机设计综述(一)[J]. 水利水运科学研究, 1991(1): 109—121.
SUN Shu-zu. Review of Design for Geotechnical Centrifuge (I)[J]. Hydraulic and Marine Science Research, 1991(1): 109—121.
- [9] 孙述祖. 土工离心机设计综述(二)[J]. 水利水运科学研究, 1991(2): 220—226.
SUN Shu-zu. Review of Design for Geotechnical Centrifuge (II)[J]. Hydraulic and Marine Science Research, 1991(2): 220—226.
- [10] 吴望一. 流体力学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1982.
WU Wang-yi. Fluid Mechanics[M]. Beijing: Peking University Press, 1982.
- [11] 归柯庭, 汪军, 王秋颖. 工程流体力学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
GUI He-ting, WANG Jun, WANG Qiu-ying. Engineering Fluid Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [12] 景思睿, 张鸣远. 流体力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
JING Si-rui, ZHANG Ming-yuan. Fluid Mechanics[M]. Xi'an: Xi'an Jiao Tong University Press, 2001.
- [13] 刘新民. 2[#]离心机风阻功率及气动热计算[R]. 绵阳: 中国工程物理研究院结构力学所, 1994.
LIU Xin-min. Wind Resistance Power and Aerodynamic Thermal Calculation of 2[#] Geotechnical Centrifuge[R]. Mianyang: Structure Mechanics Institute of China Academy Engineering Physics, 1994.
- [14] 刘新民. 25g·t 土工离心机流场分布规律试验数据整机报告[R]. 绵阳: 中国工程物理研究院结构力学所, 1987.
LIU Xin-min. Experimental Research of Air Flow Field Distribution in 25g·t Geotechnical Centrifuge[R]. Mianyang: Structure Mechanics Institute of China Academy Engineering Physics, 1987.
- [15] 杜延龄. 大型土工离心机设计原理[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(6): 82—95.
DU Yan-ling. Fundamental Design Principle of Large Geotechnical Centrifuge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(6): 82—95.

(上接第 60 页)

- [14] CHEN Wan-chun, XIAO Ye-lun. Relationship for Motion When Described in Any Two Rotational Reference Frames[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 1999, 12(4): 40—43.
- [15] 敖文刚, 杜力, 黄勇刚, 等. 基于 MATLAB 的运动学、动力学

过程分析与模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2013.

AO Wen-gang, DU Li, HUANG Yong-gang, et al. Application of Matlab to Process Analysis and Simulation of Kinematics and Dynamics[M]. Beijing: Science Press, 2013.