

结构可靠性的概率设计法综述

张学军¹, 林延鑫², 吴飒², 王也²

(1. 海军装备部飞机办公室, 北京 100071; 2. 北京航空航天大学, 北京 100191)

摘要: 综述了目前国际上结构可靠性设计法领域现有的概率设计法, 如随机有限元法、一阶及二阶可靠性设计法、蒙特卡罗法及拉丁超立方采样法、随机过程及随机场。讨论了具有代表性的概率设计法, 如多项式混沌扩展法及 KL 变换。基于随机过程概念的随机扩展法具有良好的分析收敛特性, 直接采用随机扩展法进行随机分析是一种高效的可靠性解算方法。Karhunen 和 Loeve 基于由协方差函数导出的正交坐标函数, 分别对连续时间过程进行了描述, KL 变换能有效减少相关数据集的维度。当协方差函数已知时, 可采用 KL 扩展法表征不确定性系统的随机特征; 而当结构响应的协方差函数未知时, 可采用 PCE 代替 KL 扩展法来表示这种类型的不确定性。出于对工程系统性能的严格要求, 安全及可靠性余量的进一步缩小, 加之严酷的市场竞争等因素, 结构可靠性的概率设计法将迅速在多学科设计领域中得到广泛应用并产生显著的工程及经济效益, 有力地推动我国装备质量的跨越式发展。

关键词: 结构可靠性设计; 概率设计法; 可靠度; 不确定性

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2016.03.027

中图分类号: TJ01; V416

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2016)03-0161-08

Review on Probabilistic Design Method for Structural Reliability

ZHANG Xue-jun¹, LIN Yan-xin², WU Sa², WANG Ye²

(1. Office of the Navy Equipment Department, Beijing 100071, China; 2. Beihang University, Beijing 100191, China)

ABSTRACT: The existing probabilistic design methods in the field of current international structure reliability design method are reviewed, such as stochastic finite element method, first order and second order reliability design method, Monte Carlo method and Latin hypercube sampling method, random processes and random fields. The representative probabilistic design methods are discussed, such as polynomial chaos expansion method and KL transform. Stochastic expansion method based on the concept of stochastic process has a good analytic convergence property, and stochastic analysis is an efficient method for reliability calculation. Karhunen and Loeve are derived from the covariance function based on the orthogonal coordinate function, the continuous time process is described respectively, and KL transform can effectively reduce the dimension of the data set. When the covariance function is known, the KL expansion of the stochastic characteristics of the method can be used to characterize the uncertainty system, and when the structural response of the covariance function is unknown, the PCE can instead of KL expansion method to represent this type of uncertainty. Considering the strict requirements of the performance of engineering system, safety and reliability margins are further narrowed, and coupled with the harsh market competition and other factors, the probability design method of structure reliability will be widely applied in the field of the multidisciplinary design and pro-

收稿日期: 2016-02-02; 修订日期: 2016-04-02

Received: 2016-02-02; Revised: 2016-04-02

作者简介: 张学军 (1964—), 男, 黑龙江集贤人, 高级工程师, 主要研究方向为航空装备管理。

Biography: ZHANG Xue-jun (1964—), Male, from Jixian, Heilongjiang, Senior engineer, Research focus: aeronautical equipment management.

duce significant engineering and economic benefits, effectively promoting the great leap forward development of China's equipment quality.

KEY WORDS: structural reliability design; probability design method; reliability; uncertainty

随着现代结构对关键和复杂设计需求的增加,越来越需要一种能够对广泛存在于结构系统载荷、材料性能、结构尺寸、加工过程以及使用环境中的不确定性进行精确度量的解算方法^[1-2]。当前,科研人员广泛认可的不确定度定义如下:根据所用到的信息,表征赋予被测量量值分散性的非负参数^[3]。何谓可靠性,就是结构设计达到设计指标,能够保证结构有效稳定的工作,而不发生破坏。重新提出结构可靠性设计,并不意味着传统设计不考虑可靠性,相反由于传统设计忽略了影响结构可靠性因素的随机性,而是选取较为保守的极值与较大的安全系数作为设计依据,使得结构可靠性过高,反而影响了结构性能的发挥,与现今高效率承载结构的设计思想相违背,也造成了物力上的浪费。因此基于概率论和数理统计的新结构可靠性设计方法正越来越受到设计人员的欢迎。这种方法认为载荷、材料性能、结构尺寸服从一定分布规律,依据此规律计算出结构的可靠度与设计要求的可靠度进行比较,从而定量地表达结构的可靠性指标是否满足设计要求。结构可靠性的概率设计法不仅可以为稳健设计提供初始设计指南,而且还可以用来辨识不确定性对结构系统的哪些性能有重要影响,或者可以为增加结构系统安全性和系统效能提出有效的研究、测试及质量控制方法^[4-14]。

1 结构可靠性设计法

结构可靠性设计法按其提出时基于的表述方式可以分为两类:非概率设计法和概率设计法,如图1所示。

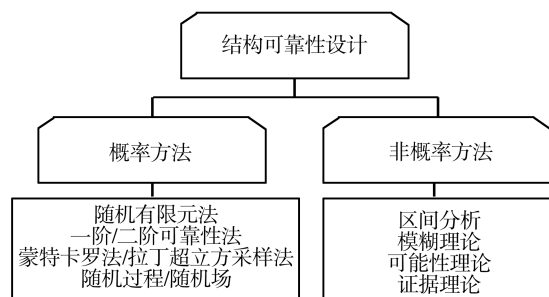


图1 结构可靠性设计的分类

Fig.1 Classification of structural reliability design

非概率方法是用于处理关于参数真值的非精确知识。一种典型的非概率方法是区间分析,该方法把区间定义为一种新类型的数,即“区间数”,任一不确定参数可能的变动范围通过一区间表示,只需知道参数的上、下界^[15]。另一种典型的是模糊理论,它描述了对对象外延的不确定性和模糊性,并建立了有效处理不精确问题的工具^[16]。可能性理论是从一个命题抽象出变量的分布,即自然语言命题的形式化^[17]。证据理论则将不同证据上的互补和冗余信息依据某种优化准则组合起来,产生对所研究事件的一致性描述^[18]。

概率方法的理论基础是概率密度函数信息,主要采用随机变量、随机过程和随机场来描述系统的不确定性。随机有限元方法能够考虑材料性能的分散性、载荷的随机性以及其它不确定性特征,适合于不确定性和随机性模型的求解^[19]。一阶、二阶可靠性方法在设计验算点处对极限状态函数进行一、二阶泰勒级数展开(Taylor Series Expansion, TSE),以实现可靠度的解算^[20]。蒙特卡罗模拟方法(Monte Carlo Simulation, MCS)通过随机模拟和统计试验来求解结构可靠度数值。拉丁超立方采样法(Latin Hypercube Sampling, LHS)是一种多维分层采样方法(Stratified Sampling, SS),其最大优势就在于任何大小的抽样数目都能很容易地产生^[21]。随机场和随机过程用于准确估计和描述随机空间和时间变化数据的随机特性,对于更加真实地进行不确定性系统的仿真分析显得极为重要,其主要根据不同位置之间的相关性建立变量空间变异性的数学模型^[22]。结构可靠性设计方法主要的设计流程如图2所示。

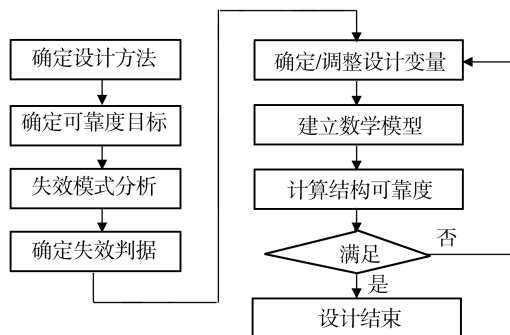


图2 结构可靠性设计流程

Fig.2 Structural reliability design flow

2 概率设计法

如果整个结构或结构的一部分超过了某一特定状态, 则这个结构或结构的部分构件就无法正常运行, 把这个特定的状态称为极限状态。如果结构的极限状态超过了所要求的值, 则我们认为这个结构是不可靠的^[23-27]。对于大多数结构来说, 极限状态可以分为两类:

1) 最终极限状态。最终极限状态与部分结构或整体结构的失效相关。最常见的最终极限状态有: 腐蚀、疲劳、老化、起火、塑形变形、结构连续倒塌、断裂等。当超过极限状态时, 会导致人员伤亡及重大经济损失等风险, 因此极限状态应该具有非常低的发生概率。

2) 使用极限状态。使用极限状态与结构的正常使用功能性故障相关。使用极限状态包括过度变形、过度振动、排水和泄露、局部变形等。由于使用极限状态的风险要小于最终极限状态, 因此允许使用极限状态有更高的失效概率^[28-29]。当然, 人们也不会使用那些出现过度变形或振动等问题的结构。

一般来说, 极限状态表示结构抗力和结构载荷之间的安全边界。可靠度指数表示为可靠度边界的均值到失效曲面 $g(\cdot)=0$ 的距离。一维问题可靠度指数的几何示意如图 3 所示。可靠度指数作为评价结构可靠性的一个良好技术指标, 其基本原理表示为位置测度 μ_g 到极限状态曲面的距离。可靠度指数以不确定性比例参数 σ_g 作为距离度量的单位。图 3 中的阴影部分的面积表示为结构的失效概率。

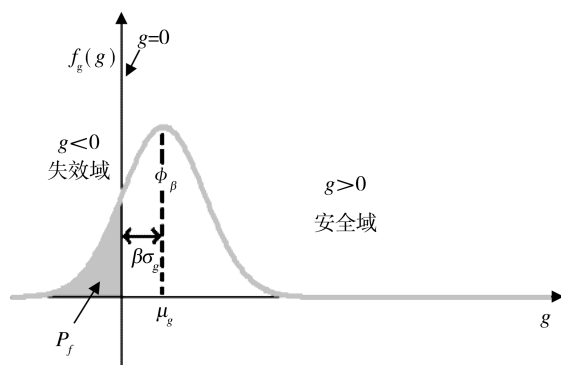


图 3 极限状态 $g(\cdot)$ 的概率密度

Fig.3 Probability density for limit-state $g(\cdot)$

在某些情况下, 若结构抗力 R 和结构载荷 S 均

服从正态分布, 且彼此不相关, 由于 $g(\cdot)=0$ 为 R 和 S 的线性函数, 因此极限状态函数也为正态分布。

3 典型的概率设计法

解算多维问题的失效概率时, 往往会导致维度灾难问题, 为此研究人员提出了许多可靠性积分问题的数值解法^[30-32]。TSE 常用于极限状态函数 $g(x)=0$ 的线性化, 在这种方法中, 采用一阶或二阶 TSE 计算结构系统的可靠性, 这两种方法分别称为一阶二次矩法 (First-order Second Moment, FOSM) 和二阶二次矩法 (Second-order Second Moment, SOSM)。FOSM 又称为均值一阶二次矩法 (Mean Value First Order Second Moment Method, MVFOSM), 是一种在均值点处的点扩展法, 在 FOSM 中, 二阶矩是最高阶数的统计结果。尽管 FOSM 比较简单, 易于实现, 但已经证明在解算低失效概率问题 ($P_f < 10^{-5}$) 或高度非线性问题的可靠性时, 其解算精度并不高。相较而言, 在 SOSM 中, 由于增加了二阶项, 使得解算规模显著增加。然而, 其解算精度的提高却是非常有限的。

可靠度指数法从本质上说, 等价于从标准正态空间中的结构响应面 (极限状态近似曲面) 上搜索一个最优点, 使得从原点到这个点的距离为最短的一个数学优化问题。Hasofer 和 Lind 从地理学的角度对可靠度指数进行了解释, 并通过引入 Hasofer-Lind (HL) 变换对 FOSM 进行了改进。在变换过程中, 设计向量 X 被变换为标准独立高斯向量 U 。由于采用了 HL 变换, 并且设计向量在 U 空间具有旋转对称性, U 空间中的设计点表示为最大概率密度点或最大似然点。由于这个设计点对名义失效概率 $P_f = \Phi(-\beta)$ 来说, 是最重要的影响因子, 因此称为设计验算点 (Most Probable Point, MPP)。

不同的近似响应面模型 $g(U)=0$ 对应于不同的失效概率解算方法。如果响应面模型是由于 MPP 处的一阶函数逼近来表示, 则称为一阶可靠性方法 (First-order Reliability Method, FORM), 如果响应面模型是由 MPP 处的二阶函数逼近来表示, 则称为二阶可靠性方法 (Second-order Reliability Method, SORM)。此外, 如果响应面模型是由 MPP 处的更高阶函数逼近来表示, 则称为高阶可靠性方法 (Higher-order Reliability Method, HORM)。从发展历程来看, HL 变换法通常称为 FORM, 或者也称为高级一阶二次矩法 (advanced FOSM) 或

扩展一次二阶矩法 (extended FOSM)。由于概率分布不再由一阶和二阶矩来共同近似表示^[33], 因此, 称其为 FORM 要比 HL 方法更加普遍。

在 FORM 中, 极限状态函数用 MPP 处的正切平面函数来逼近表示。近似 FORM 主要用于确定失效概率的边界, 如果最大失效点处极限状态函数的近似模型精确, 则求得失效概率的边界是准确的, 否则这种方法会产生很大的误差。当失效曲面高度非线性时, FORM 的解算结果很不准确, 此时, 采用 FORM 解算失效概率时, 会导致解算结果出现震荡或导致收敛到错误的解算结果^[34]。

4 扩展的概率设计法

基于随机过程概念的随机扩展法具有良好的分析收敛特性, 因而, 直接采用随机扩展法进行随机分析是一种高效的可靠性解算方法^[35]。随机扩展的目的是通过引入一系列旨在表征随机系统特性的多项式来更好的描述系统的不确定性。

4.1 多项式混沌扩展法

自从 Ghanem 和 Spanos^[36]提出谱随机有限元法 (Spectral Stochastic Finite Element Method, SSFEM) 以来, 多项式混沌扩展法 (Polynomial Chaos Expansion, PCE) 已经在包括结构响应等各个工程领域的不确定性分析中得到应用。PCE 表示为随机变量的正交多项式。在 SSFEM 中, 所采用的随机变量通常称为标准正态随机变量, 而所用的多项式一般为 Hermite 多项式。PCE 依均方值收敛, 任意阶数的 PCE 由正交多项式组成, 这一性质可以简化统计矩的解算过程。

Tatang^[37]提出了一种概率配点法 (Probabilistic Collocation Method, PCM), 主要用于将随机系统响应映射到 PCE 中。Tatang 等人将每个配点的 Delta 函数作为 Galerkin 法中的试函数, 并根据所选配点位置的模型输出响应, 确定 PCE 的系数, 即 PCE 的根。Isukapalli^[38]指出 PCM 在求解大规模问题时存在局限性, 并基于模型输出响应对模型输入变量的偏导数, 提出了一种随机响应面法, 在随机响应面法中采用 FORTRAN 程序库中的 ADIFOR 函数解算模型输出响应的偏导数。

最近, 研究人员应用 PCE 解算屈曲特征值问题, 并基于 MCS 确定了 PCE 的系数。Xiu^[39-40]等

采用 Askey 策略扩展了 PCE, 使其能够用于表示各种不同的分布函数。Askey 策略主要用于对超几何正交多项式进行分类, 并表明他们之间的极限转换关系。例如: Laguerre 多项式可以由 Jacobi 多项式得到, 也可以用来产生 Hermite 多项式。

每种方法都有它的局限性, 在 PCM 中, 当 PCE 具有多个自由度时, 所需的配点数就会呈指数增加, 因而, 当有大量配点没有被采样时, 用于确定 PCE 系数的配点不能保证是如图 4a 所示的空间填充试验设计。空间填充试验设计是指根据合理定义的设计准则 (如最大化最小距离准则) 选择样本点, 从而使得样本点能够充满整个设计空间。

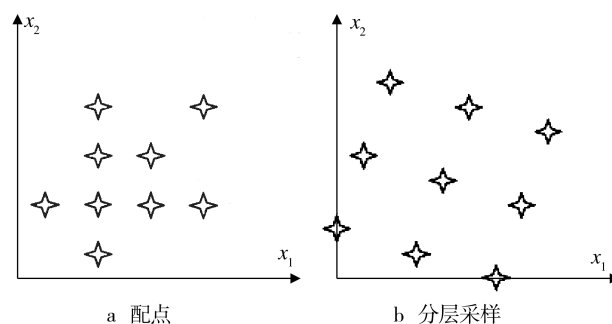


图 4 概率配点法与分层采样法设计点对比

Fig.4 Comparison of design points of probabilistic collocation method and stratified sampling

如果我们对图 5 中所示的概率密度函数的截尾部分感兴趣, 就需要重新考虑是否能够用 PCM 选择样本点数据, 因为 PCM 所选择的设计点主要集中在高概率区域。

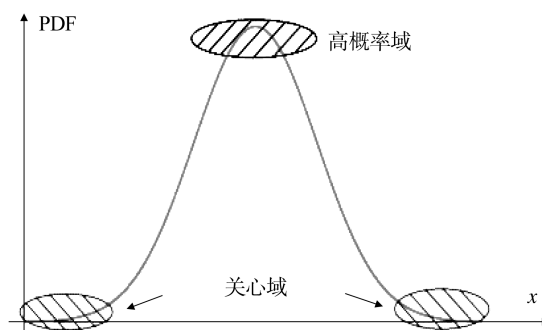


图 5 概率密度函数中的感兴趣区域

Fig.5 Regions of interest in probability density function

根据前面的方法, 可以将所使用的随机扩展法, 包括 PCE 和 KL 扩展法区分为如图 6 所示的两种类型, 即非嵌入式随机扩展法和嵌入式随机扩展法。嵌入式随机扩展法在进行系统分析时, 无法用显式表达式描述系统不确定性, 而是用隐式表达式来表

征系统的随机特性。实际上,这就意味着采用嵌入式方法时,需要对结构分析代码进行修改。采用非嵌入式随机扩展法时,只需将分析代码当作“黑箱”进行处理。PCE 作为非嵌入式随机扩展法的一种类型,能够在不干涉结构系统有限元分析模型的基础上构建系统的响应近似模型。因此,PCE 有时也称为随机响应面法。另一种类型的非嵌入式随机扩展法是 PCM。与之相比,嵌入式随机扩展法采用 PCE 和 KL 扩展直接修改有限元分析模型的刚度矩阵。SSFEM 和 Galerkin 有限元法均为嵌入式随机扩展法^[41]。

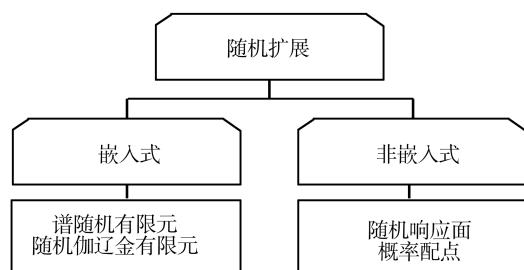


图 6 嵌入式及非嵌入式随机扩展法

Fig.6 Intrusive and non-intrusive formulation

当协方差函数已知时,可采用 KL 扩展法表征不确定性系统的随机特征;而当结构响应的协方差函数未知时,可采用 PCE 代替 KL 扩展法来表示这种类型的不确定性。

4.2 KL 变换

正交变换能有效减少相关数据集的维度。对于随机参数可变性的正交变换又称为 KL 变换、Hotelling 变换或主成分分析。Karhunen 和 Loeve 基于由协方差函数导出的正交坐标函数,分别对连续时间过程进行了描述。Hotelling 提出采用主成分法分析多个随机变量之间的结构相关性^[42]。当对一个连续过程进行有限个数据点的周期采样时,其自协方差矩阵的主成分分析结果与 KL 变换结果相同。从本质上说,对于均值为 0 的向量,其主成分分析和 KL 变换的解算结果是相同的。

5 工程实例

在航空发动机适航要求中,将原发失效能够引起发动机危害性影响的部件定义为发动机寿命限制件(Engine Life Limited Part, LLP),如旋转轮盘、大型旋转封严装置等,设计中主要通过降低 LLP

的失效概率来提高整机的安全性^[43-44]。目前国内普遍采用基于安全寿命理念的部件寿命管理方法来防止 LLP 的失效在一定程度上提高了航空发动机安全性水平^[45]。发动机结构完整性大纲 MIL-HDBK-1783B 中要求除了考虑结构安全性和可靠性,还需要考虑寿命周期费用问题,传统的安全寿命管理方法将某一存活率下(通常为 99.87%或 99.99%)零部件萌生规定长度裂纹所需的循环数定义为部件的批准寿命,通过限制使用寿命的方法来保障 LLP 的安全,取得了良好的效果。在处理载荷、工作环境和材料等参数的随机性对 LLP 安全性的影响方面,传统方法存在一些不足。为此,国外发动机制造商在型号研制中提出结构概率可靠度计算的部件寿命管理方法进一步降低 LLP 失效导致的危险,在民用领域美国联邦航空局(Federal Aviation Administration, FAA)在其适航规章中提出在发动机的联合定义阶段通过系统安全性分析确定 LLP 后,必须通过可靠度计算表明 LLP 在预期使用寿命期内的失效概率风险每飞行小时低于 10^{-8} ,发动机才能获得最终的型号合格证^[46]。在军用领域中,2002 年美国颁布的 MIL-HDBK-1783B^[47]中引入了概率裕度设计概念,并要求发动机内部和安装于外部的任何部件由于高循环疲劳导致失效的概率应每飞行小时低于 10^{-7} 。另外,美国在“综合高性能涡轮发动机技术计划(Integrated High Performance Turbine Engine Technology, IHPTET)”研究中,提出了概率设计系统(PDS)的新概念^[48]。综上所述,对 LLP 在使用寿命期内的失效进行概率可靠度计算成为航空发动机型号适航取证过程以及保证其结构完整性的关键技术和重要实施步骤之一。

目前开展发动机 LLP 结构概率可靠性计算难点在于高维、小失效概率事件(FAR33.75 条款要求导致危险影响事件的 LLP 发生概率每飞行小时小于 10^{-8})的定量要求验证问题。概率设计法的飞速发展及其在关键领域的广泛应用,为破解上述技术难点奠定了坚实的根基。

6 结语

综述了目前国际上在结构可靠性设计法领域先进高效的概率设计法,讨论了当前在各个关键核心领域所广泛应用的结构可靠性设计法。出于对工程系统性能的严格要求,安全及可靠性余量的进一

步缩小,以及严酷的市场竞争等因素,可靠性分析方法迅速在多学科设计领域得到应用。包含不确定性的结构设计中,采用确定性方法可能要比考虑不确定性的概率方法导致出现更大的失效概率。这主要是由于在确定性方法中要求精确满足设计需求,但是参数的任意扰动均可能引起系统响应违反约束。在进行非传统结构的设计时,往往缺乏相关数据和足够的先验知识,而对不确定性的正确认识对于安全、高效的决策至关重要。

通过分析可以看出,任何方法都是在一定假设的基础上提出的,当某种方法的适用条件成立时,该方法可以给出较好的计算结果;当该方法的适用条件违背时,该方法的计算结果可能会有较大误差。因此,如何有效地改进现有方法,提出新的方法,使其具有更广泛的适用范围是未来结构可靠性设计法的主要研究方向。

中国制造 2025 的基本方针之一——“质量为先”明确指出:“坚持把质量作为建设制造强国的生命线,强化企业质量主体责任,加强质量技术攻关、自主品牌培育。建设法规标准体系、质量监管体系、先进质量文化,营造诚信经营的市场环境,走以质取胜的发展道路”。结构可靠性设计法及其应用性研究,尤其是概率设计法正是提升产品质量、工程质量的强大引擎和关键保证。

参考文献:

- [1] 程家军,李春枝,陈颖.舰载环境振动摇摆特性测试分析[J].装备环境工程,2015,12(1):114—119.
CHENG Jia-jun, LI Chun-zhi, CHEN Ying. Testing Analysis of Vibration and Sway Characteristics in Shipboard Environment[J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(1): 114—119.
- [2] 李勘.装备研制项目可靠性风险预警技术研究[J].装备环境工程,2014,11(4):125—130.
LI Kan. Research on Pre-warning Technology for Reliability Risk of Equipment Research Project[J]. Equipment Environmental Engineering, 2014, 11(4): 125—130.
- [3] 倪育才.实用测量不确定度评定[M].第4版.北京:中国质检出版社,2014:7—50.
NI Yu-cai. Evaluation of the Uncertainty of Practical Measurement[M]. Fourth Edition. Beijing: China Quality Inspection Press, 2014: 7—50.
- [4] 范义龙,吴飒,李琦.基于PLC的冷却系统自整定模糊控制研究[J].环境技术,2014(6):66—71.
FAN Yi-long, WU Sa, LI Qi. Research of the PLC Based Parameter Self-tuning Fuzzy Control for Cooling System [J]. Environmental Technology, 2014(6): 66—71.
- [5] HORÁLEK V. Analysis of Basic Probability Distributions, Their Properties and Use in Determining Type B Evaluation of Measurement Uncertainties[J]. Measurement, 2013, 46(1): 16—23.
- [6] CHU-AGOR M L, MUÑOZ-CARPENA R, KIKER G A, et al. Simulating the Fate of Florida Snowy Plovers with Sea-level rise: Exploring Research and Management Priorities with a Global Uncertainty and Sensitivity Analysis Perspective[J]. Ecological Modelling, 2012, 224(1): 33—47.
- [7] SCHWABE O, SHEHAB E, ERKOYUNCU J. Uncertainty Quantification Metrics for Whole Product Life Cycle Cost Estimates in Aerospace Innovation[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2015, 77: 1—24.
- [8] DANOWSKY B P, CHRSTOS J R, KLYDE D H, et al. Evaluation of Aeroelastic Uncertainty Analysis Methods [J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(4): 1266—1273.
- [9] MIRZAEI M, GALAVI H, FAGHIH M, et al. Model Calibration and Uncertainty Analysis of Runoff in the Zayanderood River Basin Using Generalized Likelihood Uncertainty Estimation (GLUE) Method[J]. Aqua, 2013, 62(5): 309—320.
- [10] WU Y, PAN X, KANG R, et al. Multi-parameters Uncertainty Analysis of Logistic Support Process Based on GERT[J]. Journal of Systems Engineering & Electronics, 2014, 25(6): 1011—1019.
- [11] ZHAO Y, FAN F, WANG J, et al. Uncertainty Analysis for Bulk Power Systems Reliability Evaluation Using Taylor Series and Nonparametric Probability Density Estimation[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2015, 64: 804—814.
- [12] MOON H J. Uncertainty Analysis in Mould Spore Transportation and Its Application in an Existing Building[J]. Indoor & Built Environment, 2010, 19(19): 355—365.
- [13] CAMACHO R A, MARTIN J L, DIAZ-RAMIREZ J, et al. Uncertainty Analysis of Estuarine Hydrodynamic Models: An Evaluation of Input Data Uncertainty in the Weeks Bay Estuary, Alabama[J]. Applied Ocean Research, 2014, 47(2): 138—153.
- [14] SHI F, LONG H, ZHAN M, et al. Uncertainty Analysis on Process Responses of Conventional Spinning Using Finite Element Method[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2014, 49(5): 839—850.
- [15] 朱庆鹏,孙宇,陈浩,等.基于区间层次分析法的高速送料机可靠性综合分配方法[J].锻压技术,2015(4): 131—136.
ZHU Qing-peng, SUN Yu, CHEN Hao, et. Comprehensive Reliability Allocation Method for High-speed Feeder Based on Interval Analytic Hierarchy Process[J]. Forging & Stamping Technology, 2015(4): 131—136.
- [16] 赵远,焦健,赵廷弟.基于模糊理论的风险评价方法[J].系统工程与电子技术,2015(8): 1825—1831.
ZHAO Yuan, JIAO Jian, ZHAO Ting-di. Risk Assessment

- Method Based on Fuzzy Logic[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015 (08): 1825—1831.
- [17] 严巍, 赵川. 可能性理论研究[J]. 数字通信, 2014(5): 24—27.
- YAN Wei, ZHAO Chuan. Brief Analysis of the Possibility Theory[J]. Digital Communication, 2014(5): 24—27.
- [18] 唐和生, 邓立新, 胡长远, 等. 基于证据理论和微分演化的结构不确定分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014(3): 325—330.
- TANG He-sheng, DENG Li-xin, HU Chang-yuan, et al. Evidence Theory and Differential Evolution for Uncertainty Quantification of Structures[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2014(3): 325—330.
- [19] 洪兴福, 胡祥涛, 邹满玲. 基于随机有限元方法的地面雷达支耳连接结构可靠性评估[J]. 机械设计与研究, 2014(6): 59—61.
- HONG Xing-fu, HU Xiang-tao, ZOU Man-ling. Reliability Assessment for Radar Supporting Structure Based on Stochastic Finite Element Method[J]. Mechanical Design and Research, 2014(6): 59—61.
- [20] 郭彪, 顾德华, 董玉革, 等. 可靠性分析的 FORM 和 SORM 组合法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2014(1): 30—33.
- GUO Biao, GU De-hua, DONG Yu-ji, et al. Combination of FORM and SORM for Reliability Analysis[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2014(1): 30—33.
- [21] 伍国军, 陈卫忠, 谭贤君, 等. 基于拉丁超立方抽样的有限元可靠度程序开发及应用[J]. 岩土力学, 2015 (2): 550—554.
- WU Guo-jun, CHEN Wei-zhong, TAN Xian-jun, et al. Program Development of Finite Element Reliability Method and Its Application Based on Latin Hypercube Sampling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015(2): 550—554.
- [22] 王涛, 周国庆, 阴琪翔, 等. 岩土参数随机场离散的三角形单元局部平均法[J]. 岩土力学, 2014(5): 1482—1488.
- WANG Tao, ZHOU Guo-qing, YIN Qi-xiang, et al. Local Average Method of Triangular Elements for Discretization of Random Field of Geotechnical Parameters[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014(5): 1482—1488.
- [23] DAERYONG P, ROESNER L A. Evaluation of Pollutant Loads from Stormwater BMPs to Receiving Water Using Load Frequency Curves with Uncertainty Analysis[J]. Water Research, 2012, 46(20): 6881—6890.
- [24] MANDAL T K, GHOSH S, PUJARI N N. Seismic Fragility Analysis of a Typical Indian PHWR Containment: Comparison of Fragility Models[J]. Structural Safety, 2015, 58: 11—19.
- [25] BERNUZZI C, GABBIANELLI G, GOBETTI A, et al. Beam Design for Steel Storage Racks[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2016, 116(1): 156—172.
- [26] BECK A T, ÁVILA DA SILVA C R J. Strategies for Finding the Design Point under Bounded Random Variables[J]. Structural Safety, 2016, 58: 79—93.
- [27] FREEMAN R R. Simplified Uncertainty Analysis of Layer of Protection Analysis Results[J]. Process Safety Progress, 2013, 32(4): 351—360.
- [28] 李鹏, 李传日, 李桃. 基于可靠性分配的整机加速因子计算方法研究[J]. 装备环境工程, 2015, 12(3): 53—57.
- LI Peng, LI Chuan-ri, LI Tao. Research on the Calculation Method of Overall Acceleration Factor Based on Reliability Allocation[J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(3): 53—57.
- [29] 向树红. “航天器环境新技术研究”专题序言[J]. 装备环境工程, 2015, 12(3): 3—4.
- XIANG Shu-hong. The Introduction of the New Technology Research of Spacecraft Environment[J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(3): 3—4.
- [30] 杨云峰, 汤鹏杰. 服务器集群网络中纠缠疑似攻击检测技术研究[J]. 计算机仿真, 2015, 32(5): 315—317.
- TANG Peng-jie, YANG Yun-feng. Research on Detection Technology for Entanglement Suspected Attack in Server Cluster Network[J]. Computer Simulation, 2015, 32(5): 315—317.
- [31] 王红, 王希诚, 李克秋. 混合 Kriging 代理模型的高维参数估计优化算法[J]. 大连理工大学学报. 2015(2): 215—222.
- WANG Hong, WANG Xi-cheng, LI Ke-qiu. Hybrid Kriging Surrogate Model Optimization Algorithm for High-dimension Parameter Estimation[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2015(2): 215—222.
- [32] 苏盈盈, 李太福, 易军, 等. 基于 KICA 子空间虚假邻点判别的软传感器变量选择方法[J]. 机械工程学报, 2015(4): 15—21.
- SU Ying-ying, LI Tai-fu, YI Jun, et al. Variable Selection for Nonlinear Soft Sensor Based on False Nearest Neighbors in KICA Space [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015(4): 15—21.
- [33] MELCHERS R E. Structural Reliability Analysis and Prediction[M]. UK: Ellis Horwood Limited, 1987.
- [34] 仲伟君, 李德胜, 崔亮. 一种制导弹药电子部件可靠性预计方法[J]. 装备环境工程, 2014, 11(2): 103—105.
- ZHONG Wei-jun, LI De-sheng, CUI Liang. A Method for the Reliability Prediction of Electronic Components in Guided Munitions[J]. Equipment Environmental Engineering, 2014, 11 (2): 103—105.
- [35] CAMERON R H, MARTIN W T. The Orthogonal Development of Nonlinear Functionals in Series of Fourier-Hermite Functionals[J]. Annals of Mathematics, 1947, 48: 385—392.
- [36] GHANEM R G, SPANOS P D. Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach [M]. NY: Springer, 1991.
- [37] TATANG M A. Direct Incorporation of Uncertainty in Chemical and Environmental Engineering Systems [D]. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [38] ISUKAPALLI S S. Uncertainty Analysis of Transport-

- Transformation Models[D]. New Brunswick, NJ: the State University of New Jersey, 1999.
- [39] XIU D, KARNIADAKIS G. The Wiener-Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations[J]. SIAM Journal of Scientific Computing, 2002, 24(2): 619—644.
- [40] XIU D, LUCOR D, SU C, et al. Stochastic Modeling of Flow-structure Interactions Using Generalized Polynomial Chaos[J]. Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME, 2002, 124(1): 51—59.
- [41] BABUSKA I, TEMPONE R, ZOURARIS G E. Galerkin Finite Element Approximations of Stochastic Elliptic Differential Equations[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2004, 42: 800—825.
- [42] HOTELLING H. Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components[J]. Journal of Educational Psychology, 1933, 24: 498—520.
- [43] U S Department of Transportation, Federal Aviation Administration. Advisory Circular 33. 70-1: Guidance Material for Aircraft Engine-Life-Limited Parts Requirements [R]. Washington DC: FAA, AC33 70-1, 2009: 30—50.
- [44] VITTAL S, HAJELA P, JOSHI A. Review of Approaches to Gas Turbine Life Management[R]. AIAA-2004-4372, 2004.
- [45] 王卫国. 轮盘低循环疲劳寿命预测模型和试验评估方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
- WANG Wei-guo. Disc LCF Life Prediction Models and Experiment Assessment Methodologies[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006.
- [46] 丁水汀, 张弓, 蔚夺魁, 等. 航空发动机适航概率风险评估方法研究综述[J]. 航空动力学报, 2011, 26(7): 1142—1143.
- DING Shui-ting, ZHANG Gong, WEI Duo-kui, et al. Review of Probabilistic Risk Assessment on Aero-engine Airworthiness[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(7): 1142—1143.
- [47] MIL-HDBK-1783B, Engine Structural Integrity Program [S].
- [48] MCCLUNG R C, LEVERANT G R, ENRIGHT M P. Turbine Rotor Material Design-Phase II[R]. Washington, DC: FAA Grant 99-G-016, 2008: 50—55.