

空气中粉尘粒子的侧向散射效应研究

马丛彦, 刘永禄, 常海洁

(大连舰艇学院 航海系, 辽宁 大连 116001)

摘要: **目的** 从米散射的基本理论出发。对有关的粉尘粒径的米散射效应进行研究。**方法** 所用的方法主要通过对米散射理论的深入学习、研究, 运用 Matlab 编程软件对 0~5 μm 之间的微粒进行散射光强和散射相函数的计算, 得到不同粒径的散射光强、散射相函数, 然后利用 COMS 相机对激光拍摄得到其散射图像, 利用散射图像的灰度值与 0~5 μm 之间加权平均的粒子散射相函数值作对比, 比较程序实现的可行性。**结果** 得到了 0~5 μm 之间微粒的散射光强以及相应的散射相函数以及激光灰度图像在 72°到 108°的灰度值。**结论** 通过图像灰度值与散射相函数的曲线对比, 证明了程序的可行性。

关键词: 米散射; 不同粒径; 散射相函数; 灰度值

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2018.05.016

中图分类号: TJ410.3

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2018)05-0079-06

Lateral Scattering Effect of Dust Particles in Air

MA Cong-yan, LIU Yong-lu, CHANG Hai-jie

(Navigation Department, Dalian Naval Academy, Dalian 116001, China)

ABSTRACT: Objective To study scattering effect of relevant dust particle size based on basic theory of mie scattering. **Methods** The method was mainly based on further study and research of the theory of mie scattering. The Matlab software was used to calculate the scattering intensity and the scattering phase function of the particles between 0 and 5 microns. Scattering intensity and scattered phase functions of particles with different sizes were obtained. Then, the scattering images were obtained by taking a laser shot by COMS camera. The feasibility of the program was verified by comparing the gray value of the scattering image with the weighted scattering particle function value between 0 and 5 μm . **Results** The scattering intensity of the particles between 0 and 5 μm and the corresponding scattering phase functions and the grayscale values of the laser grayscale images from 72° to 108° were obtained experimentally. **Conclusion** Comparing the gray scale value of the image with the curve of the scattering function proves the feasibility of the program.

KEY WORDS: mie scattering; different particle size; scattering phase function; gray value

近年来,随着生产水平的发展,微粒的研究问题出现在医学、农业、工业、军事等领域,如在工业生产中涉及到粉尘粒子含量的测量问题以及微粒粒径的测量问题。除此之外,空气中粉尘粒子的增加形成雾霾天气^[1],并引发人体的呼吸道疾病。因此研究微粒的米散射理论是十分必要的,对人类生产发展、生命健康与改善居住条件都具有重大意义。

米散射理论是由德国物理学家 Gustav Mie 于 18 世纪 60 年代在研究金属微粒的散射过程中提出的。起初将米散射运用于胶体和大分子物质的研究中,但当时计算条件有限,且大气光学进展缓慢,米散射理论一直未得到充分的发展^[2]。随着计算机硬件的发展,诸多国内外研究者开始加入到研究米散射理论中去,并且发表许多关于米散射的数值解析模型。由于

计算方法的不同且不够完善,许多学者得到的计算结果也存在着巨大的差异^[4]。文中主要在前人的基础上运用 Matlab 进行相关的计算,得到不同粒径、不同散射角下的散射光强和粉尘粒子的散射相函数,同时利用 COMS 工业相机拍摄激光束图像的方法来得到粉尘粒子的灰度值,该灰度值表示侧向散射能量的大小即粒子的散射向函数。

1 米散射理论基础

对于米散射系数的计算,国内外诸多学者研究得到了许多算法和改进算法,其中连分式法和后项递进算法是其中最经典的算法。传统的米散射递推算法比较容易实现,但在递推的过程值误差会不断地累加,且耗时较为严重^[5]。张杰对大粉尘中烟尘颗粒的 Mie 散射、消光和吸收截面以及散射场进行了计算,同时给出了散射场强度随散射角的变化以及随着粒子半径的变化^[6]。姬丰等人通过数值计算方法计算了光散射的强度函数、消光系数以及散射系数。在文中计算负反射系数时,参考了张合勇计算散射系数时所用的方法,借助了 Matlab 软件里自带的函数工具包,避免了复杂的迭代过程,提高了计算效率。

经典的米散射理论是麦克斯韦方程处在均匀介质中的均匀颗粒在平面单色波照射下的严格数学解。

如图 1 所示, O 点为散射体所在位置,入射光沿 Z 轴传播, P 为观测点, OP 之间距离为 r , θ 为入射光和反射光的夹角,称为散射角。

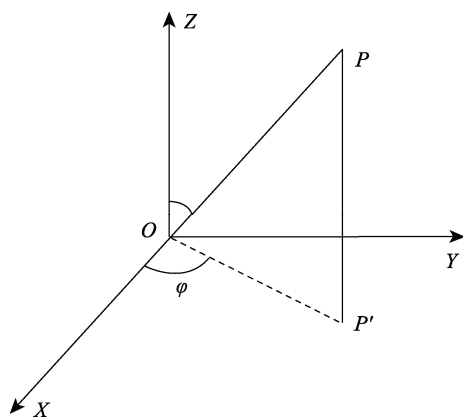


图 1 球形粒子的散射图像

根据米散射理论可知,当入射光强为 I_0 时,粒子经波长为 λ 的平面单色光照射,在散射角为 θ , 距离为 r 的 P 点处的散射光强为:

$$I_{\text{sca}} = I_0 \frac{\lambda^2}{8\pi^2 r^2} I(\theta, \varphi) \quad (1)$$

$$I(\theta, \varphi) = |S_1(\theta)|^2 \sin^2(\varphi) + |S_2(\theta)|^2 \cos^2(\varphi) \quad (2)$$

式中: I_{sca} 表示散射光强; I_0 表示入射光的初始

光强; λ 为入射光的波长; r 表示 P 点与微粒之间的距离; φ 为入射光的偏振角。散射粒子的尺度参数 $\alpha = D\pi/\lambda$, 其中 λ 为入射光的波长, D 为散射粒子的直径。散射粒子相对于周围介质的复折射率为 $m = m_1 + m_2 i$, 其中 m_1 为散射粒子的折射率, m_2 为散射粒子对入射光的吸收率^[4]。对于同种粒子来讲,折射率的虚部对散射光的影响不大^[7], 因此给定折射率的虚部为 $0.1 \times i$ 。 S_1 与 S_2 分别为垂直和平行于散射面的振幅函数, 其表达式为^[7-8]:

$$\begin{cases} S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n) \\ S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \end{cases} \quad (3)$$

式中: a_n 和 b_n 均为米散射的散射系数; π_n 和 τ_n 为散射角函数, 其仅与 θ 有关; n 为正整数。在实际的计算过程中, 因为 n 必须取一个具体的数值, 文中参考了 Bohren 和 Huffman 给出的确定 n 值的标准:

$$n_{\text{max}} = \alpha + 4\alpha^{1/3} + 2.$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{\psi_n(\alpha) \psi'_n(m\alpha) - m \psi_n(m\alpha) \psi'_n(\alpha)}{\xi_n(\alpha) \psi'_n(m\alpha) - m \xi'_n(\alpha) \psi_n(m\alpha)} \\ b_n = \frac{m \psi_n(\alpha) \psi'_n(m\alpha) - \psi_n(m\alpha) \psi'_n(\alpha)}{m \xi_n(\alpha) \psi'_n(m\alpha) - \xi'_n(\alpha) \psi_n(m\alpha)} \end{cases} \quad (4)$$

其中, a_n 和 b_n 的值由复折射率 m 和粒子尺度 α 决定, ψ_n 和 ξ_n 分别为第一类 Bessel 函数和第一类 Hankell 函数。对于 Bessel 函数以及 Hankell 函数, Matlab 中拥有内置的函数集可供调用, 以便于对 a_n 和 b_n 的计算。

$$\begin{cases} \pi_n = \frac{P_n^{(1)}(\cos \theta)}{\sin \theta} \\ \tau_n = \frac{d}{d\theta} P_n^{(1)}(\cos \theta) \end{cases} \quad (5)$$

π_n 和 τ_n 的函数表达式中 $P_n(\cos \theta)$ 为缔合勒让德函数其有如下的循环关系^[9]:

$$\begin{aligned} \tau_n &= \pi_n \cos \theta - \pi'_n \sin^2 \theta \\ \pi_n &= \frac{2n-1}{n-1} \pi_{n-1} \cos \theta - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2} \\ \pi'_n &= (2n-1) \pi_{n-1} + \pi'_{n-2} \\ \pi_0 &= 0 \\ \pi_1 &= 1 \\ \pi'_0 &= \pi'_1 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

对于式 (6), π_n 和 τ_n 的计算主要通过递归的算法, 通过将 Matlab 内置函数与递归算法的有效结合得到米散射系数的值, 同时计算效率也有有效的提高。将计算所得四个负折射系数带入式 (1) 和式 (2) 中即可得到散射面的振幅函数和散射光强。

2 散射结果及讨论

2.1 散射光强

近来, 空气污染状况愈加严重, 其中导致空气污染的主要原因是大气中粉尘粒子浓度的增加。因此文中侧重于对粉尘粒子的散射特性进行研究, 其中主要对粒径在 $0\sim 5\ \mu\text{m}$ (PM2.5 左右) 的粒子进行计算研究^[10], 激光的波长为 $880\ \text{nm}$, 以便于后续的实验对比。由此粒子的米散射效应是成激光的光束对称的, 因此文中仅对 $0^\circ\sim 180^\circ$ 之间的散射光进行分析讨论。

图 2 给出了对应不同的粒子粒径下散射光强 I_0 的分布曲线 (其中散射角设为 30° , 初始光强设为 1)。可以看出, 粒子的散射强度与粒径呈现出正相关关系。当粒子的粒径尺度变大, 前向散射的强度变大。

由于不同粒径的粒子对激光的反射效率不同, 因此对计算所得的光强进行了标准化处理。从图 2 可知:

1) 粒子半径小于 $0.4\ \mu\text{m}$ 时, 粒子的前向散射不明显, 粒子粒径越小, 散射光强越呈 90° 角对称, 散射机理更符合瑞利散射定律。

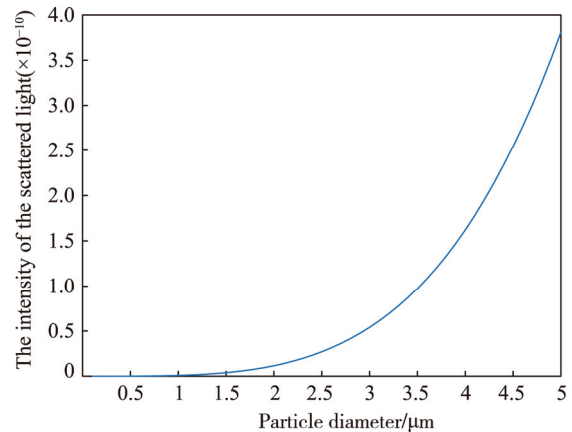


图 2 不同粒子粒径在同一散射角下的散射光强

2) 随着微粒粒径的增加, 粒子的散射光强集中于前向, 使得前向散射的光强增加。

3) 当粒子直径接近或大于激光波长时, 散射光强角度的变化剧烈, 粒子的直径越大, 这种变化的趋势越复杂。

图 3a 表示粒径尺度在 $0\sim 1.1\ \mu\text{m}$ 之间的散射光强度, 粒径间隔为 $0.2\ \mu\text{m}$ 。图 3b 表示粒径尺度在 $1.5\sim 5\ \mu\text{m}$ 之间的散射光强度, 粒径间隔为 $0.5\ \mu\text{m}$ 。

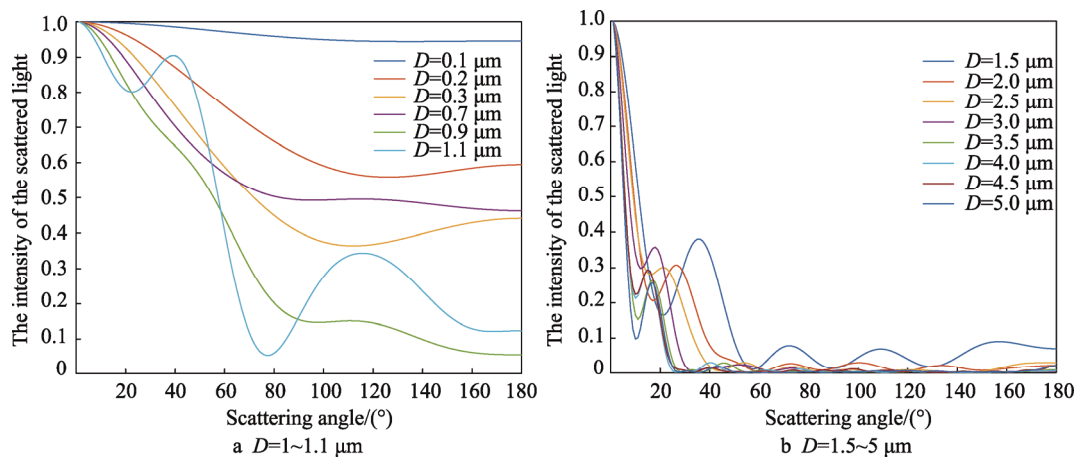


图 3 不同散射角下的散射光强

2.2 散射相函数

散射相函数中相不代表角度, 它的含义是一种角度关系^[11], 表示激光经过球形粒子散射后的空间能量分布^[6,12]。散射相函数的表达式为:

$$P(\theta) = \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(|a_n|^2 + |b_n|^2)} \quad (7)$$

粒子散射相函数随散射角变化的关系如图 4 所示, 粒径在 $0.2\sim 2.5\ \mu\text{m}$ 之间变化。其中粒子的散射现象是关于激光光束对称的, 因此仅画出了 $0^\circ\sim 180^\circ$ 的散射相函数。可以发现, 当粒径半径小于激光的波长

时, 散射能量在 $90^\circ\sim 100^\circ$ 之间存在一个极小值。随着粒径的增加, 极小值所对应的角度在减小。随着粒子尺度的增加, 散射能量越来越集中于 $0^\circ\sim 20^\circ$ 之间, 90° 后的散射能量随粒径的增加逐步减少, 这也符合随着粒子尺度参数的增大, 微粒前向散射越大的原理。

2.3 实验对比

为了验证实验程序的可行性, 文中从光的散射相函数出发, 利用 MER-031-860U3M NIR 近红外 COMS 工业数字摄像机对 $880\ \text{nm}$ 的红外激光进行近距离的拍摄实验。表 1 为红外相机的主要参数, 其中像

素尺度为 $4.8\ \mu\text{m} \times 4.8\ \mu\text{m}$ 仅代表了获取图像的清晰程度, 像素尺度越大, 图像清晰度越高。对于捕捉微米级粒子靠的是相机感应光线的装置所决定, 因此像素

尺度不影响粒子的捕捉。图 5 为红外相机的响应曲线, 从曲线上来看, 该相机在 $880\ \text{nm}$ 的波段也有较好的响应, 为实验提供了设备支持。

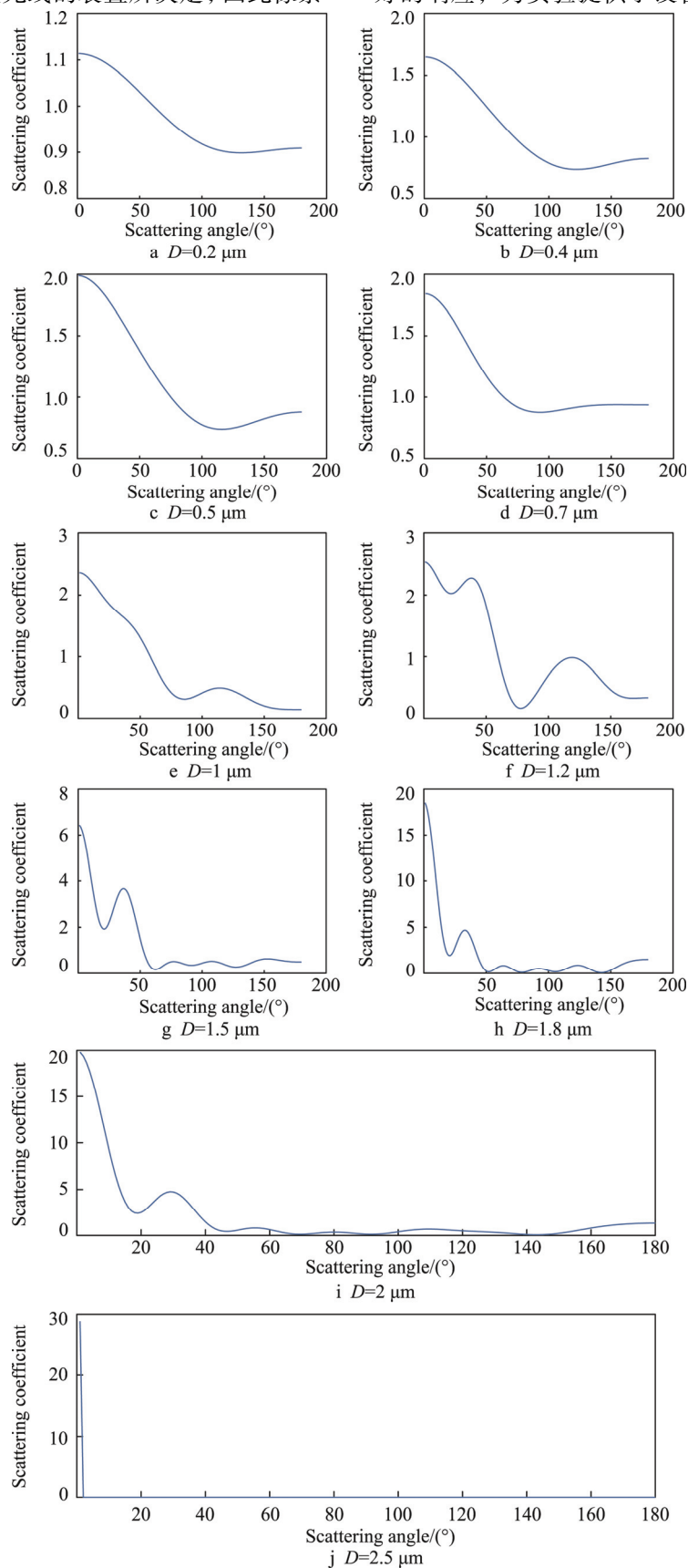


图 4 散射相函数与散射角的关系 (复折射率 $m=1.5+0.1i$)

表 1 相机主要性能参数	
型号	MER-031-860U3M NIR
分辨率	640(H) × 480(V)
帧率	860 fps
传感器类型	1/4 inch ON PYTHON 300 CMOS
像素尺寸	4.8 μm×4.8 μm
光谱	黑白 NIR
图像数据格式	Mono8/Mono10
数据接口	Mini USB3.0
功耗	<2.5 W @5 V
镜头接口	C 口
机械尺寸 (L×W×H) 29 mm×29 mm×29 mm, 不含连接件	
工作温度	0~+45 ℃
工作相对湿度	10%~80%
质量	57 g
认证	RoHS, CE, USB3 Vision, GenICam

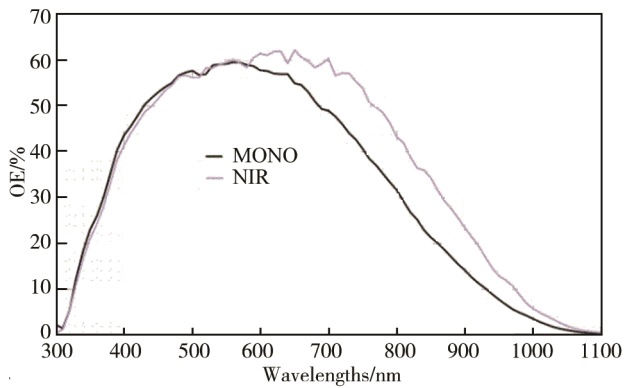


图 5 光谱曲线

图 6 为 COMS 相机在室内黑暗条件下拍摄的原始图像。在拍摄过程中，相机与激光束的距离为 30 cm，相机置于三脚架的云台上，调整 COMS 相机到合适的拍摄位置进行拍摄,通过相机接口 C 连接在电

脑上，由电脑实现对照片的采集。



图 6 COMS 相机获得图像

微粒在激光的传播中不仅会有散射作用还有吸收作用，此次试验忽略粒子吸收作用，此次试验激光距相机的距离为 30 cm 左右，采集 72°~108°之间的散射光，进入相机市场内的激光束长度为 20 cm，所以发射光路径和接受光路径的两个透射率^[13]可近似为 1。激光束上每一个微粒所形成的反射光到达镜头的距离也近似相同，使得散射光到达 COMS 相机镜头损失的能量近似相同。

利用 COMS 相机拍摄 1000 张散射图像，并对这 1000 张散射图像进行叠加处理，求均值得到均值图像。COMS 相机的横向分辨率为 640，相机的视角为 36°，所以每一个像素点对应的角度为 0.0563°。拍摄所得的图像在纵向上也有一定的宽度，文中将图像上纵向的像素点灰度值进行叠加表示 0.0563°范围内增加的散射能量。这样将散射角从三维的状态转化为二维的状态，从而使得计算量大大减少。将各个角度的散射能量转化为与角度有关的一个矩阵长度为 640 的一维数组。同时对数组进行翻转，只有这样才能使得角度值与灰度值相匹配。通过将角度与像素点匹配的方式^[14]，得到了如图 7 所示的散射能量与角度的关系曲线（72°~108°之间）。

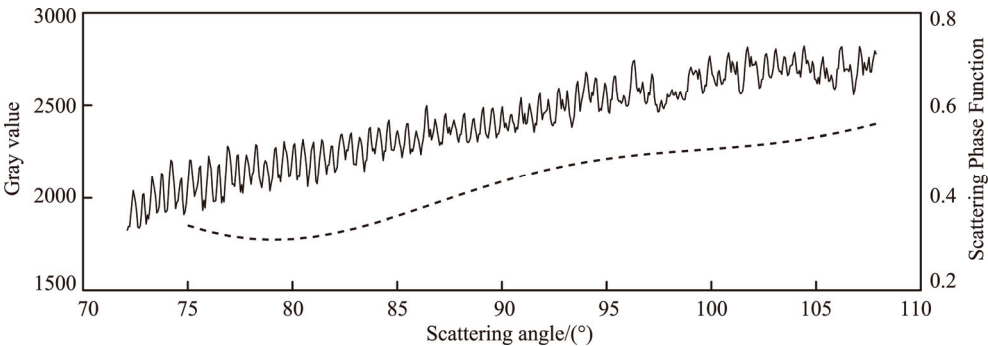


图 7 散射向函数与图像灰度值的变化曲线

通过相机的固定拍摄无法得到单个粒子 0°~108°的散射能量，因此通过连续拍摄 1000 张激光图像做均值处理来代表粉尘粒子的散射能量。室内的粉尘粒子在各个粒径的都有，将 0~2.5 μm 的粒子做加权平

均得到平均粒子的散射能量分布。从所得的曲线来看，粒子的散射能有增加的趋势，数值模拟所得的结果同该曲线走向一致，因此可以通过图像的灰度值来模拟其散射能量的分布。

3 结语

文中在经典米散射理论的基础上利用 Matlab 特有的 Bessel 函数的命令集使得计算的效率得到了一定的提高。主要对 $0\sim 5\text{ }\mu\text{m}$ 内的球形粒子进行了计算,得到了不同粒子粒径在同一散射角下的散射光强、不同散射角的散射光强和散射相函数与散射角的关系。此外,利用 COMS 相机拍照的方法得到了激光的散射图像,利用图像的灰度值来模拟其散射能量的分布,效果良好,但采用的 COMS 相机的视角太小,在以后实验过程中需要选取视角较大的红外相机。

参考文献:

- [1] 周峤. 雾霾天气的成因[J]. 中国人口·资源与环境, 2015, 25(S1): 222-223.
- [2] 胡澄. 基于 MIE 散射理论的粉尘浓度测量研究 [D]. 苏州: 苏州大学, 2007.
- [3] DAVE J V. Scattering of Visible Light by Large Water Spheres[J]. Appl Opt, 1969, 8: 145-180.
- [4] 项建胜, 何俊华. Mie 光散射理论的数值计算方法[J]. 应用光学, 2007, 28(3): 363-365.
- [5] 张合勇, 赵卫疆, 任德明, 等. 球形粒子 Mie 散射参量的 Matlab 改进算法[J]. 光散射学报, 2008, 20(2): 102-110.
- [6] 张杰. 具有复折射率微粒的 Mie 散射光学特性研究[J]. 光散射学报, 2006, 17(4): 359-365.
- [7] 高永峰. 尘埃粒子光散射测量技术及微型光学传感器的研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2005.
- [8] 张伟, 路远, 杜石明, 等. 球形粒子 Mie 散射特性分析[J]. 光学技术, 2010, 36(6): 936-938.
- [9] 顾侃. 基于 Mie 散射理论的微粒粒径分布检测研究[D]. 上海: 东华大学, 2013.
- [10] 林俊, 刘卫, 李燕, 等. 大气粉尘粒径分布特征与气象条件的相关性分析[J]. 气象与环境学报, 2009, 25(1): 1-5.
- [11] 左浩毅. 大气光谱学与 Mie 散射研究[D]. 成都: 四川大学, 2007.
- [12] LENTZ W J. Generating Bessel Functions in Mie Scattering Calculation Using Continued Fraction[J]. Appl Opt, 1976, 15: 660-680.
- [13] SONG Zheng-fang. Applied Atmospheric Optics[M]. Hefei: Hefei Meteorological Press, 1990.
- [14] 麻晓敏, 史博, 单会会, 等. 基于 CCD 成像的侧向散射激光雷达几何标定方法[J]. 光子学报, 2015, 44(2): 201002.