

卫星伸展机构的图示评审技术应用

张习习¹, 方志耕¹, 陶良彦¹, 刘思峰^{1b,2}

(1.南京航空航天大学 a.经济与管理学院, b.灰色系统研究所, 南京 211100;
2.英国 De Montfort 大学 计算智能研究中心, 莱斯特 LE19BH)

摘要: **目的** 解决卫星伸展机构参数表现形式多样且不确定的问题。**方法** 运用图示评审技术, 构建 MU-GERT 网络模型, 并将参数统一用广义灰数表征。考虑解析算法的复杂性, 提出针对该网络模型的矩阵式表征方法, 并设计出矩阵式求解算法, 便于运用计算机编程进行准确快速的求解。**结果** 用 MU-GERT 网络模型计算概率不确定时制作一个合格卫星伸展机构需要的时间, 仿真模拟出制作出一个合格卫星伸展机构的期望与机会。**结论** 为图示评审技术在卫星伸展机构研制中的应用提供了研究思路和经验借鉴。

关键词: 卫星伸展机构, 图示评审技术; 多元异构; 不确定信息; 矩阵算法

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2019.09.016

中图分类号: V423.4; C931.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2019)09-0088-07

Graphical Evaluation Review Technique of a Satellite Extension Mechanism

ZHANG Xi-xi¹, FANG Zhi-geng¹, TAO Liang-yan¹, LIU Si-feng^{1b,2}

(1. a. College of Economics and Management, b. Grey System Research Institute, Nanjing University Of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211100, China; 2. Computational Intelligence Research Center, De Montfort University, Leicester LE19BH, England)

ABSTRACT: Objective To solve the varied and uncertain parameters of satellite extension mechanism. **Methods** The MU-GERT network model was constructed by the graphical review technique, whose parameters were represented by generalized Grey number. Considering the complexity of analysis algorithm in random network, this paper proposed a matrix determinant solution of MU-GERT network model. The algorithm was designed to solve the problem quickly and accurately by computer. **Results** The MU-GERT network model was used to calculate the time of making a qualified satellite extension mechanism when the probability was uncertain, to simulate the expectations and opportunities for producing a qualified satellite extension mechanism when the time was uncertain. **Conclusion** It provides references for the application of graphical evaluation review technique on the development of satellite extension mechanism.

KEY WORDS: satellite extension mechanism, GERT; multiple heterogeneous; uncertain information; matrix determinant solution

网络技术在世界各国的生产建设中起了重大作用, 其中应用最为广泛的图示评审技术(GERT)已趋于成熟, 在研制进度规划^[1-2]、项目管理流程^[3-5]、

节能减排政策^[6]、知识价值流动^[7]等多个领域中得到较好的应用与发展。随着阮爱清等^[8]将灰数与 GERT 网络结合, 对于不确定参数 GERT 网络的研究逐渐增

收稿日期: 2019-03-09; 修订日期: 2019-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(71671091); 校研究生创新基地(实验室)开放基金(kfjj20170906)

作者简介: 张习习(1993—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为质量与可靠性管理、GERT 网络。

通讯作者: 方志耕(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂装备研制管理、质量与可靠性管理。

多。刘思峰等^[9]构建了一种灰色价值流动 GERT 网络模型，解决了部门间动态投入产出及不确定价值增值的问题。陶良彦等^[10]构建了 SIGN-GERT 网络模型，解决了动态分析调度风险的问题。张秦等^[11]提出了广义区间灰数熵权聚类模型，解决了不确定参数问题。董文杰等^[12-13]构建了 RV-GERT 网络模型，给出了解析算法，并将其应用于可靠性评估。

在卫星机构的研制领域，GERT 技术的应用十分罕见。考虑到卫星伸展机构的研制过程中，各项参数只是一个范围，且呈现多元异构的特点，将多元异构不确定信息图示评审技术（MU-GERT 网络技术）应用其中，可以得到较好的结果，为研制周期提供定量参数支持。因此，文中将多元异构不确定参数进行统一表征，构建了 MU-GERT (Multi-Uncertain Graphical Evaluation Review Technique) 网络模型，用以解决卫星伸展机构的研制周期问题，为这类问题的解决提供了新思路。

1 MU-GERT 网络模型构建

在 MU-GERT 网络中，如果参数形式不一致，会导致计算困难，因此采用广义标准区间灰数对参数形式（灰数、概率数、模糊数、区间数）进行统一，方便后续的解析计算。多元异构不确定信息背景的 MU-GERT 网络共有 6 种逻辑节点，其中异或型、或型、与型构成输入侧的逻辑关系，确定型、概率型构成输出侧的逻辑关系。MU-GERT 网络模型中允许存在回路和自环，包含的节点具有不同的逻辑特征，参量的概率分布允许所有类型存在，使该网络可以完整地表示各种不同的活动。

定义 1 将灰数 $G(x)$ 、概率数 $P(x)$ 、模糊数 $F(x)$ 、区间数 $I(x)$ 用标准区间灰数统一形式后，称为广义标准区间灰数，记为 $\otimes(x_i) = a_i + c_i\gamma_i$ ，简记为 \otimes 。其中： a_i 为 $\otimes(x_i)$ 的白部； $c_i\gamma_i$ 为 $\otimes(x_i)$ 的灰部； c_i 为灰系数， $c_i = b_i - a_i$ ； γ_i 为灰数单位。

定理 1 灰数、概率数、模糊数、区间数 $\otimes(x) \in \{G(x) \cup P(x) \cup F(x) \cup I(x)\} \in \bigcup_{i=1}^n [a_i, b_i] \in D[0,1]$ 进行转化后，均可以用广义标准区间灰数 $\otimes(x_i) = a_i + c_i\gamma_i$ 进行表示。其中 x 表示特征指标， $G(x)$ 、 $P(x)$ 、 $F(x)$ 、 $I(x)$ 表示属性值的不同类型。

1) 一般灰数 $G(x)$ ，令任意区间灰数 $\otimes_i = [a_i, b_i]$ ， $a_i \leq b_i$ ，进行变换，得到：

$$\otimes_i = [a_i, b_i] = [a_i, b_i] + a_i - a_i =$$

$$a_i + (b_i - a_i)[0,1] = a_i + (b_i - a_i)\gamma_i = a_i + c_i\gamma_i$$

$$\text{式中： } c_i = b_i - a_i, \gamma_i \in [0,1], i = 1, 2, 3, \dots$$

2) 概率数 $P(x)$ ，令任意概率数 $\tau_i = a_i$ ，进行变换，得到：

$$\tau_i = a_i = [a_i, a_i] + a_i - a_i = a_i + (a_i - a_i)[0,1] = a_i + (a_i - a_i)\gamma_i = a_i + c_i\gamma_i = \otimes_i$$

$$\text{式中： } c_i = a_i - a_i, \gamma_i \in [0,1], i = 1, 2, 3, \dots$$

由于 $c_i=0$ ，所以概率数是广义区间灰数的退化形式，广义区间灰数是概率数的一般形式。

3) 模糊数 $F(x)$ ，在值域 D 为 $[0,1]$ 时，模糊数即为概率数。根据 $P(x)$ 的证明，可得

$$\mu(x) = \delta(x) = a_i + c_i\gamma_i = \otimes_i$$

4) (连续区间) 区间数 $I(x)$ ，令任意区间值模糊数 $\tau_i = [\mu_i^L, \mu_i^U]$ ， $\mu_i^L \leq \mu_i^U$ ，进行变换，得到：

$$\tau_i = [\mu_i^L, \mu_i^U] = [a_i, b_i] = [a_i, b_i] + a_i - a_i =$$

$$a_i + (b_i - a_i)[0,1] = a_i + (b_i - a_i)\gamma_i = a_i + c_i\gamma_i = \otimes_i$$

$$\text{式中： } c_i = b_i - a_i, \gamma_i \in [0,1], i = 1, 2, 3, \dots$$

定义 2 (MU-GERT 网络) 在 GERT 网络中，若活动参数的类型多元化，且数值不确定，则称该网络为多元异构不确定信息背景的 GERT 网络 (Multi-Uncertain Graphical Evaluation Review Technique)，简称 MU-GERT 网络。基本构成单元如图 1 所示， $p_{ij}(\otimes)$ 表示节点 i 实现时活动 ij 实现的概率，且此概率为不确定数； $x_{ij}(\otimes)$ 表示实现活动 ij 所需要的参量，如时间、费用等。

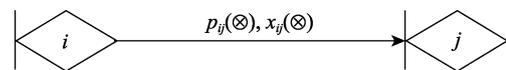


图 1 MU-GERT 的基本构成单元

定义 3 对于随机变量 $X(\otimes)$ 和任意实数 s ，令 $M_{X(\otimes)}(s)$ 为随机变量 $X(\otimes)$ 的矩母函数，则：

$$M_{X(\otimes)}(s) = E[e^{sX(\otimes)}] =$$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{sx(\otimes)} f(x) dx & \text{连续随机变量} \\ \sum e^{sx(\otimes)} p(x(\otimes)) & \text{离散随机变量} \end{cases}$$

式中：随机变量 $X(\otimes)$ 为带有不确定信息的参量。当 $X(\otimes)$ 有界时，其矩母函数对于所有 s 均存在。

定义 4 设 x_{ij} 为 MU-GERT 网络随机过程中 ij 的一个参量，实现概率为 $p_{ij}(\otimes)$ ，已知随机变量 x_{ij} 的特征函数 $\phi_{x_{ij}}(s)$ ，则称 $W_{ij}(\otimes, s) = p_{ij}(\otimes) \cdot \phi_{x_{ij}}(s)$ 为传递函数。

推论 1 (串联结构) 多元异构不确定信息背景的 MU-GERT 网络串联结构 (如图 2 所示) 的等价传递函数是各串联部分的传递函数之积。用公式表示为：

$$W_{ij}(\otimes, s) = \prod_{m=1}^n W_{mij}(\otimes, s)$$

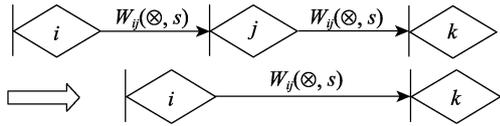


图2 MU-GERT网络串联结构等价参数

推论2(并联结构)多元异构不确定信息背景的MU-GERT网络并联结构(如图3所示)的等价传递函数是各并联部分的传递函数之和。用公式表示为:

$$W_{ij}(\otimes, s) = \sum_{m=1}^n W_{mij}(\otimes, s)$$

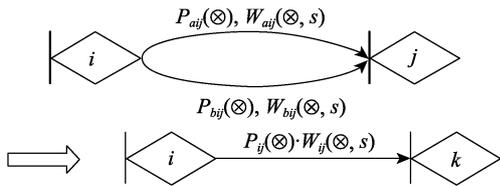


图3 MU-GERT网络并联结构等价参数

推论3(自环结构)多元异构不确定信息背景的MU-GERT网络自环结构(如图4所示)的等价传递函数,用公式表示为:

$$W_{ij}(\otimes, s) = \frac{W_{ij}(\otimes, s)}{1 - W_{ii}(\otimes, s)}$$

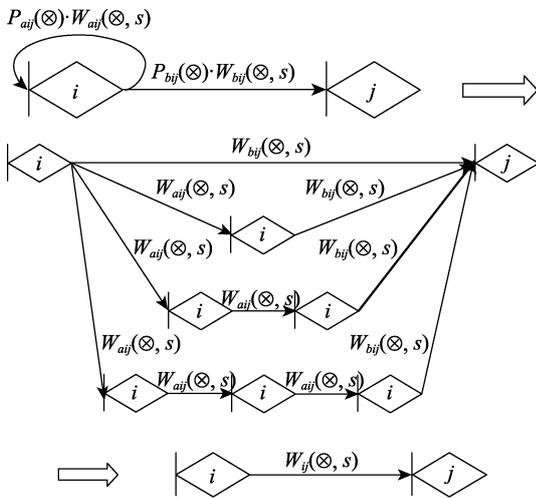


图4 MU-GERT网络自环结构等价参数

从以上推论可以得出, MU-GERT网络模型的等价传递参数与经典GERT网络模型及信号流图所描述的线性关系完全相同,用公式表示为:

等价传递概率 $p_E(\otimes) = W_E(\otimes, s)|_{s=0}$

等价矩母函数 $M_E(\otimes, s) = \frac{W_E(\otimes, s)}{p_E(\otimes)} = \frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)}$

随机变量的数学期望

$$E[X(\otimes)] = \frac{\partial}{\partial s} [M_E(\otimes, s)]|_{s=0} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right]|_{s=0}$$

随机变量的方差

$$V[X(\otimes)] = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right]|_{s=0} - \left\{ \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] \right\}|_{s=0}^2$$

2 MU-GERT网络模型的矩阵式求解

GERT网络模型的求解算法有解析式算法、蒙特卡洛模拟法和矩阵式算法。以梅森公式为基础的解析式算法,需要对随机网络的拓扑结构进行分析,在处理多节点、多回路的网络时十分不便;以仿真为基础的蒙特卡洛模拟法,只能得出频率分布图,不能反演导出随机网络的其他基本参数。因此,文中研究MU-GERT网络模型的矩阵式算法,既可以有效避免解析算法的庞杂分析工作,减少分析中的错判现象,节省工作时间,又可以避免陷入只有概率分布图而无函数表达式的境地,得出网络中的基本参数值,利于进行下一步的解析计算和分析。

根据León等^[14]提出的经典GERT网络(M-GERT)的矩阵式求解算法和陶良彦等^[15]提出的CF-GERT的矩阵式求解算法的核心思想,提出MU-GERT网络模型的矩阵式算法。

定义5在MU-GERT网络模型的矩阵式表达中,基本单元如图5所示。

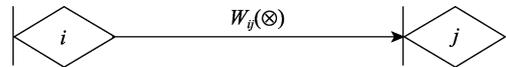


图5 MU-GERT网络模型的矩阵式表达基本单元

定义6在MU-GERT网络模型的矩阵式表达中,两个活动间的传递函数 $W_{ij}(\otimes)$ 用元素 a_{ji} 表示,得到传递矩阵 A 。若两活动节点间不存在箭线,则 $a_{ji} = 0$ 。

定义7传递矩阵 A 中,行向量为0所对应的节点称为源节点,行向量不为0所对应的节点称为非源节点。

利用信号流图线性系统的基本特性,对其传递函数进行求解,步骤如下。

步骤1:将MU-GERT网络表示成传递矩阵 A ,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ W_{ij}(\otimes) & 0 \end{pmatrix}$$

步骤2:找出 A 中的 m 个源节点组成向量 $B_{m \times 1}$,剩余 n 个非源节点组成向量 $C_{n \times 1}$ 。

步骤3:删除源节点所在行与列,获得矩阵 $Q_{m \times n}$ 。

步骤4:将矩阵 A 中的非源节点行向量和源节点列向量组成矩阵 $P_{n \times m}$ 。

步骤5:运用MATLAB程序,计算增益矩阵。

$$G_{n \times m} = C_{n \times 1} / B_{m \times 1} = (I_{n \times n} - Q_{n \times n})^{-1} P_{n \times m}$$

步骤6:找到增益矩阵 $G_{n \times m}$ 中的元素 a_{vu} ,获得活动 u 到活动 v 的等价传递函数 a_{vu} 。

3 案例研究

卫星伸展机构的生产首先需要进行产品设计和可行性分析，然后设计修改，再进行各零件粗加工、精加工、调试检验等过程，最终实现调姿功能。某卫星伸展机构设计生产的 MU-GERT 的网络模型如图 7 所示，其中节点 5 表示合格成品，节点 6 表示不合格成品，其余各节点表示伸展机构的生产状态。箭线表示各生产状态间的概率和时间关系，自环表示该节点所代表生存状态不合格时的返工修整。各子项目的活动概率、时间参量的分布类型均可依据经验及相关统计数据给出，现在想知道平均需要多长时间可以做出一个合格的伸展机构^[16]。

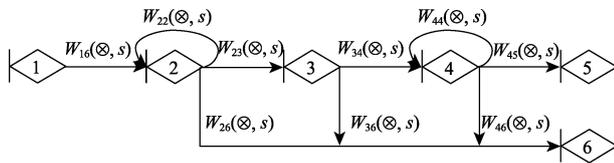


图 7 某卫星伸展机构设计生产的 MU-GERT 网络模型

3.1 概率不确定

本案例中，产品修改（2-2）的概率为区间数，粗加工（2-3）和精加工（3-4）的概率均为灰数，精加工返修（4-4）的概率为模糊数。此时，经典 GERT 无法适用，以往文献中只包含一种不确定数的方法也不适用，需要运用 MU-GERT 网络模型对该案例进行计算。根据定义 1 与定理 1，将表示概率的不确定数统一表征为广义标准区间灰数，详见表 1。

表 1 某卫星伸展机构系统设计生产参数

活动名称	概率	时间分布	完成时间/天	矩目函数
(1-2) 产品设计	1	常数	20	e^{20s}
(2-2) 产品修改	$\otimes_{22} \in [0.2, 0.3]$	常数	7	e^{7s}
(2-3) 粗加工	$\otimes_{23} \in [0.6, 0.7]$	正态分布	25	$e^{25s+0.08s^2}$
(2-6) 粗加工失败	p_{26}	常数	5	e^{5s}
(3-4) 精加工	$\otimes_{34} \in [0.75, 0.9]$	正态分布	50	$e^{50s+0.125s^2}$
(3-6) 精加工失败	p_{36}	常数	10	e^{10s}
(4-4) 精加工返修	$\otimes_{44} \in [0.1, 0.15]$	正态分布	10	$e^{10s+0.02s^2}$
(4-5) 终检合格	0.8	常数	6	e^{6s}
(4-6) 终检不合格	p_{46}	常数	1	e^s

根据 MU-GERT 网络模型的矩阵式求解算法，计算该卫星伸展机构设计生产过程的传递函数。首先将 MU-GERT 网络表示成矩阵形式，得到传递矩阵 A ：

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_{12} & w_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{34} & w_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{45} & 0 & 0 \\ 0 & w_{26} & w_{36} & w_{46} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

矩阵 A 中的 1 个源节点组成向量 $B_{1 \times 1} = [x_1]$ ，其余 5 个非源节点组成向量 $C_{5 \times 1} = [x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]$ ， $C_{5 \times 1} = [x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]$ ，

删除源节点 x_1 所在行与列，获得矩阵 $Q_{5 \times 5}$ ：

$$Q_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} w_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{34} & w_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{45} & 0 & 0 \\ w_{26} & w_{36} & w_{46} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

将矩阵 A 中的非源节点行向量和源节点列向量组成矩阵 $P_{5 \times 1}$ ：

$$P_{5 \times 1} = \begin{pmatrix} w_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

按照公式 $G_{n \times m} = C_{n \times 1} / B_{m \times 1} = (I_{n \times n} - Q_{n \times n})^{-1} P_{n \times m}$ ，运用 Matlab 计算增益矩阵，结果为：

$$G = \begin{pmatrix} \frac{w_{12}}{1-w_{22}} \\ \frac{-w_{12}w_{23}}{1-w_{22}} \\ \frac{-w_{12}w_{23}w_{34}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}} \\ \frac{-w_{12}w_{23}w_{34}w_{45}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}} \\ \frac{-w_{12}w_{26}+w_{12}w_{23}w_{36}-w_{12}w_{23}w_{34}w_{46}+w_{12}w_{26}w_{44}-w_{12}w_{23}w_{36}w_{44}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}} \end{pmatrix}$$

从增益矩阵 G 中读取源节点 1 到终节点 5 的等价传递函数， $w_{15} = \frac{w_{12}w_{23}w_{34}w_{45}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}}$ 。

从以上计算结果可以得出，做出合格产品的传递函数为：

$$W_E(\otimes, s) = w_{15} = \frac{w_{12}w_{23}w_{34}w_{45}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}}$$

$$\frac{p_{12}p_{23}p_{34}p_{45}M_{12}M_{23}M_{34}M_{45}}{1-p_{22}M_{22}-p_{44}M_{44}+p_{22}p_{44}M_{22}M_{44}} =$$

$$\frac{p_{12}p_{23}p_{34}p_{45}M_{12}M_{23}M_{34}M_{45}}{1-p_{22}M_{22}-p_{44}M_{44}+p_{22}p_{44}M_{22}M_{44}}$$

$$\frac{\otimes_{23} \cdot \otimes_{34} \cdot 0.8e^{101s+0.205s^2}}{1-\otimes_{22} \cdot e^{7s} - \otimes_{44} \cdot e^{10s+0.02s^2} + \otimes_{22} \cdot \otimes_{44} \cdot e^{17s+0.02s^2}}$$

因此, 等价传递概率为:

$$p_E(\otimes) = W_E(\otimes, s)|_{s=0} = \frac{\otimes_{23} \cdot \otimes_{34} \cdot 0.8}{1-\otimes_{22}-\otimes_{44}+\otimes_{22} \cdot \otimes_{44}} \circ$$

因为 $\otimes_{23} \in [0.6, 0.7]$, $\otimes_{34} \in [0.75, 0.9]$, 所以 $\otimes_{23} \cdot \otimes_{34} \cdot 0.8 \in [0.36, 0.504]$; 因为 $\otimes_{22} \in [0.2, 0.3]$, $\otimes_{44} \in [0.1, 0.15]$, 所以 $1-\otimes_{22}-\otimes_{44}+\otimes_{22} \cdot \otimes_{44} \in [0.57, 0.745]$, $p_E(\otimes) = W_E(\otimes, s)|_{s=0} = \frac{\otimes_{23} \cdot \otimes_{34} \cdot 0.8}{1-\otimes_{22}-\otimes_{44}+\otimes_{22} \cdot \otimes_{44}}$ $p_E(\otimes) \in [0.483, 0.884]$ 。

等价矩母函数是:

$$M_E(\otimes, s) = \frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} =$$

$$\frac{e^{101s+0.205s^2} \cdot (1-\otimes_{22}-\otimes_{44}+\otimes_{22} \cdot \otimes_{44})}{1-\otimes_{22} \cdot e^{7s} - \otimes_{44} \cdot e^{10s+0.02s^2} + \otimes_{22} \cdot \otimes_{44} \cdot e^{17s+0.02s^2}}$$

随机变量的期望值为:

$$E[X(\otimes)] = \frac{\partial}{\partial s} [M_E(\otimes, s)]|_{s=0} =$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] |_{s=0} \in [103.86, 105.76]$$

随机变量的方差为:

$$V[X(\otimes)] = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] |_{s=0} -$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] |_{s=0} \right\}^2 = [28.07, 51.18]$$

原案例^[16]的参数只存在灰数这一种不确定数, 而本案例存在多种形式的不确定数, 更符合实际情况。本节将概率设置为多元异构的形式, 计算得到做出一个合格伸展机构天数的范围, 符合现实生活中的情况, 也为其他多元异构形式的参数计算提供了有效且正确的思路和方法。

3.2 完成时间不确定

各活动的概率已知, 完成时间不确定, 粗加工(2-3)的完成时间为 a 天, 精加工(3-4)的完成时间为 $2a$ 天, 详见表 2。

从 3.1 得出 $w_{15} = \frac{w_{12}w_{23}w_{34}w_{45}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}}$, 则:

$$W_E(s) = w_{15} = \frac{w_{12}w_{23}w_{34}w_{45}}{1-w_{22}-w_{44}+w_{22}w_{44}} =$$

表 2 某卫星伸展机构系统设计生产参数计算结果

活动名称	概率	时间分布	完成时间/天	矩目函数
(1-2) 产品设计	1	常数	20	e^{20s}
(2-2) 产品修改	0.2	常数	7	e^{7s}
(2-3) 粗加工	0.75	正态分布	a	$e^{as+0.08s^2}$
(2-6) 粗加工失败	0.05	常数	5	e^{5s}
(3-4) 精加工	0.9	正态分布	$2a$	$e^{2as+0.125s^2}$
(3-6) 精加工失败	0.1	常数	10	e^{10s}
(4-4) 精加工返修	0.1	正态分布	10	$e^{10s+0.02s^2}$
(4-5) 终检合格	0.8	常数	6	e^{6s}
(4-6) 终检不合格	0.1	常数	1	e^s

$$\frac{p_{12}p_{23}p_{34}p_{45}M_{12}M_{23}M_{34}M_{45}}{1-p_{22}M_{22}-p_{44}M_{44}+p_{22}p_{44}M_{22}M_{44}} =$$

$$\frac{0.54e^{26s+3as+0.205s^2}}{1-0.2e^{7s} - 0.1e^{10s+0.02s^2} + 0.02e^{17s+0.02s^2}}$$

因此, 等价传递概率为: $p_E = W_E(0) = 0.75$ 。

等价矩母函数为:

$$M_E(s) = \frac{W_E(s)}{W_E(0)} = \frac{0.72e^{26s+3as+0.205s^2}}{1-0.2e^{7s} - 0.1e^{10s+0.02s^2} + 0.02e^{17s+0.02s^2}}$$

随机变量的期望值为:

$$E[X] \frac{\partial}{\partial s} [M_E(s)]|_{s=0} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)} \right] |_{s=0} = 28.86 + 3a$$

随机变量的方差为:

$$V[X(\otimes)] = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] |_{s=0} -$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(\otimes, s)}{W_E(\otimes, 0)} \right] |_{s=0} \right\}^2 = 28.07a$$

根据计算结果可以得出, 平均需要 $28.86 + 3a$ 天可以做出一个合格的伸展机构, 其方差为 28.07。现在只需知道 a 的概率分布, 就可以得到做出合格产品的时间。

a 是广义灰数, 假设 $a \sim N(25, 0.4^2)$, 运用 MATLAB 编程进行仿真。做出一个合格伸展机构的期望值 $E[X]$ 仿真结果如图 8 所示, 最大值为 104.6, 最小值为 103.1, 均值为 103.86, 方差为 1.2。

做出一个合格伸展机构的时间小于等于 104 的机会 $Ch\{E[X] \leq 104\}$ 的仿真结果如图 9 所示, 最大值为 1, 最小值为 0, 均值为 0.5416, 方差为 0.0034。

根据仿真结果可以得出, 平均需要 103.86 天可以做出一个合格的伸展机构, 方差为 1.2。

如果要求做出合格伸展机构的天数低于某一值, 还可以根据图 9 的原理进行仿真。

3.1 节中, 活动参数中概率为不同形式的不确定

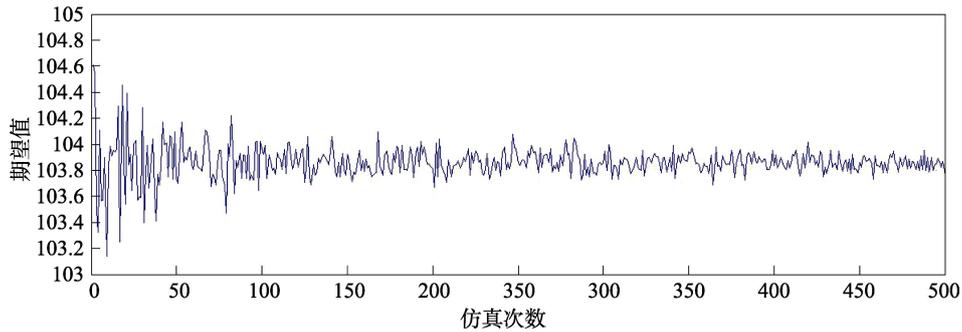


图 8 合格伸展机构的期望仿真

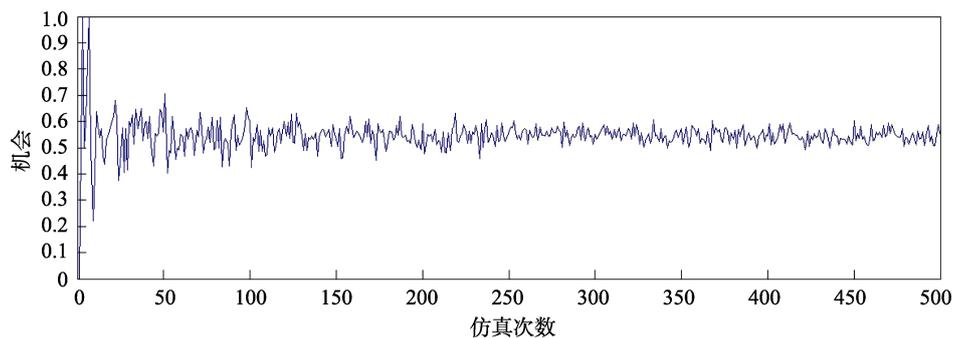


图 9 合格伸展机构时间小于等于 104 天的机会仿真

数, 每项活动的完成时间为确定值, 最后计算得到做出一个合格伸展机构的时间范围以及方差, 为项目的完成进度提供定量支持。3.2 节中, 活动参数中概率为确定值, 每项活动的完成时间为确定值或设置为不确定数 a 的倍数, 最后计算得到做出一个合格伸展机构的时间, 便于 MATLAB 仿真。还可为项目完成时间设定上限, 得到按时完成任务的仿真结果, 为项目的完成进度提供定量参考。

4 结语

人造地球卫星在军事和经济上具有重要价值, 发展最快, 数量很多。对其进行定量分析具有很大意义, 因此文中构建了 MU-GERT 网络对其研制过程进行分析。首先用广义标准区间灰数将各种参数进行统一, 然后给出模型的矩阵式算法, 最后用 MU-GERT 网络模型计算出卫星伸展机构的研制天数, 并运用 MATLAB 进行仿真。提出的 MU-GERT 网络模型给卫星伸展机构研制提供了一个新的思路, 对其研制周期提供了定量参考, 可得到更多有价值的信息。后续还可将此方法根据不同的卫星机构进行改进, 应用到整个卫星研制周期中, 对推进卫星研制具有重要的现实意义。

参考文献:

- [1] 陶良彦, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于多层次 GERT 的复杂产品研制进度规划“超冲突均衡”博弈模型[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2002-2010.
- [2] 刘红旗, 方志耕, 陶良彦. 复杂装备研制项目进度规划 GERT 网络“反问题”模型[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(12): 2758-2763.
- [3] ABDI R. Modeling and Analysis of Mechanization Projects of Wheat Production by GERT Networks[J]. Agricultural Science in China, 2010, 9(7): 53-58.
- [4] NELSON R G, AZARON A, AREF S. The Use of a GERT Based Method to Model Concurrent Product Development Processes[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 250(2): 566-578.
- [5] TAO L, WU D, LIU S, et al. Schedule Risk Analysis for New-Product Development: The GERT Method Extended by a Characteristic Function[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 167: 464-473.
- [6] 郭本海, 方志耕, 俞斌, 等. 基于能效视角的主导产业选择多参量 GERT 网络模型[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(5): 944-953.
- [7] 王邦兆, 王欢, 郭本海. 区域知识创新价值流动 GERT 网络模型[J]. 科技进步与对策, 2015, 32(2): 39-44.
- [8] 阮爱清, 刘思峰. 灰色 GERT 网络及基于顾客需求的灰数估计精度[J]. 系统工程, 2007, 25(12): 100-104.
- [9] 刘思峰, 俞斌, 方志耕, 等. 灰色价值流动 G-GERT 网络模型及其应用研究[J]. 中国管理科学, 2009, 17(专辑): 28-33.

[1] 陶良彦, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于多层次 GERT 的复

- [10] TAO L. SIGN-GERT Model on Dynamic Analysis for Schedule Risks of Complex Equipment Development[J]. *Journal of Grey System*, 2013, 25(2): 100-111.
- [11] 张秦, 方志耕, 蔡佳佳, 等. 基于多元异构不确定性案例学习的广义区间灰数熵权聚类模型[J]. *控制与决策*, 2018, 33(8): 1481-1488.
- [12] 董文杰, 刘思峰, 方志耕, 等. 多维随机向量传递机制下的 RV-GERT 网络模型及其解析算法[J]. *系统工程*, 2018, 36(2): 55-62.
- [13] DONG W, LIU S, ZHANG Q, et al. Reliability Assessment for Uncertain Multi-state Systems: An Extension of Fuzzy Universal Generating Function[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2018, 134: 1-9.
- [14] HILDA C, MARTÍNEZ L. An Analytical Management Framework for New Product Development Processes Featuring Uncertain Iterations[J]. *Journal of Engineering & Technology Management*, 2013, 30(1): 45-71.
- [15] 陶良彦, 刘思峰, 方志耕, 等. GERT 网络的矩阵式表达及求解模型[J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(6): 1292-1297.
- [16] 耿瑞. 多参量受限状态下灰色 GERT 网络的建模分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.