

# 基于 ASM-MBF 的阵列互耦补偿方法

王楠

(海装驻广州局驻昆明地区第一军事代表室, 昆明 650000)

**摘要:** **目的** 解决传统矩量法在分析阵列互耦时存在未知数过多、计算慢的问题。**方法** 研究一种结合宏基函数思想和无限阵列近似的, 可用于大型阵列的互耦分析方法——ASM-MBF, 通过构建 MBF 高阶宏基函数, 来缩减矩量法计算时产生的矩阵规模。为减小大型阵列的单一激励电流分布的求解难度, 利用无限阵列的单一激励电流分布进行近似分析, 并且通过阵列扫描法 (ASM) 进行求解。将其结果和已经得到广泛使用的 RWG-MOM 计算结果进行对比, 随后在 ASM-MBF 方法的基础上, 求解得到阵列的互阻抗矩阵, 并用互阻抗矩阵对传统的不考虑单元间互耦的阵列综合问题进行补偿修正。**结果** 随着单元上 MBF 的个数的增加, RWG-MOM 方法与 ASM-MBF 方法的计算结果的误差逐渐降低, 在单元上 MBF 数目为 4 的时候, 两种方法的误差仅为 -140 dB, 而此时 ASM-MBF 法未知数数量仅为 RWG-MOM 法的 5%。在阵元间距不同的情况下, 所使用的互耦补偿方法均取得优良的补偿效果, 尤其在间距较小, 互耦的影响较大时, 补偿后的方向图已十分接近理想情况。**结论** ASM-MBF 方法可以在考虑精度的同时实现矩阵降阶, 使用该方法计算得到互阻抗矩阵, 可对传统的不考虑单元间互耦的阵列综合问题进行有效补偿。

**关键词:** 矩量法; 宏基函数; 无限阵列近似; 阵列综合; 互耦补偿

**DOI:** 10.7643/issn.1672-9242.2020.04.010

**中图分类号:** TB114      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-9242(2020)04-0058-07

## Array Mutual Coupling Compensation Method Based on ASM-MBF

WANG Nan

(Kunming First Military Representative Bureau of Navy Equipment Department, Kunming 650000, China)

**ABSTRACT:** The work aims to solve the problem that the MoM has too many unknowns and slow calculation in the analysis of array mutual coupling. A mutual coupling analysis method-ASM-MBF which combines macro-base function and infinite array approximation and can be used in the large array was studied. By constructing the MBF high-order macro-base function, the matrix size generated by MoM was reduced. In order to reduce the difficulty of solving the single excitation current distribution of large arrays, the single excitation current distribution of the infinite array was used for approximate analysis and the solution was made by array scanning method (ASM). The results were compared with that calculated by widely used RWG-MOM. Then, based on the ASM-MBF method, the mutual impedance matrix of the array was obtained. The mutual impedance matrix was used to compensate the traditional array synthesis problem without considering mutual coupling between cells. With the increase of the number of MBF on element, the error of the calculation results of RWG-MOM and ASM-MBF was gradually reduced. When the number of MBFs on the unit was 4, the error of the two methods was only -140 dB. At this time, the number of unknowns by ASM-MBF was only 5% of that by RWG-MOM. In case of different element spacing, the mutual coupling compen-

收稿日期: 2019-09-18; 修订日期: 2019-11-02

Received: 2019-09-18; Revised: 2019-11-02

作者简介: 王楠 (1983—), 男, 工程师, 主要研究方向为水中兵器研制生产的质量监督。

**Biography:** WANG Nan (1983—), Male, Engineer, Research focus: quality supervision of development of underwater weapons.

sation methods used achieved excellent compensation effects. Especially when the spacing was small and the influence of mutual coupling was large, the compensated pattern was very close to the ideal situation. The ASM-MBF method can achieve matrix reduction while considering accuracy. Calculating the mutual impedance matrix by this method can effectively compensate the traditional array synthesis problem without considering mutual coupling between cells.

**KEY WORDS:** MoM; macro basis function; infinite array approximation; array synthesis; mutual coupling compensation

阵列天线是当前通信领域的一个研究热点,互耦是影响阵列天线性能的重要因素。矩量法<sup>[1]</sup>(Method of Moment, MoM)能够准确地对阵列的互耦特性进行分析,但是该方法也有相当大的局限性。当阵列单元数目增加时,未知数的数目也会随之大大增加,相应的计算量和消耗的内存也必然会激增。因此,传统的矩量法并不适用于大型阵列分析。

为了解决上述问题,许多旨在改进传统矩量法的快速算法应运而生,这些方法主要分为两大类。一类是通过加速矩阵向量相乘和减少矩阵填充时间来实现快速计算,其典型代表有自适应积分法(Adaptive Integral Method, AIM)、多层快速多极子法(Multilevel Fast Multipole Method, MLFMM)和基于傅里叶变换的共轭梯度法(Conjugate Gradient Fast Fourier Transform, CG-FFT)等。这类方法能够使矩量法的计算量由原来的 $O(N^2)$ 降至 $O(N^{1.5}) \sim O(N \lg N)$ ,但由于并没有减少未知量的数目,减小矩阵方程的维数,故仍然受到目标剖分尺寸的限制。另一类方法则通过在宏域(大于剖分单元区域的作用域)上构造宏基函数(Marco Basis Functions, MBF),来降低未知量的个数,以实现方程的降阶。这类方法的典型代表有子域多层法(Subdomain Multilevel Approach, SMA)、子全域基函数法(Sub-Entire-Domain basis function method, SED)和综合函数法(Synthetic Function Approach, SFA)等。这类方法虽然能够有效地减少未知量的个数,但是却增加了矩阵元素的计算难度。这类方法的关键在于宏基函数的构造。宏基函数本质上是一种高阶基函数,其构造方法随分析问题角度的不同而不同。虽然存在些许缺陷,但宏基函数能够大幅缩减矩阵方程的规模。

此外,对于大型阵列,还有一种常用的方法是用无限周期阵列(简称无限阵)这一理想模型来进行近似。由于无限阵列拥有所有有限阵列应该具有的基本特性,而其计算相对于有限阵列要容易得多。因此,在实际应用中,大多数的阵列设计都是从无限阵开始,在设计到最后阶段再考虑有限阵的情况,即考虑阵列的边缘效应。

文中将宏基函数和无限阵列近似这两种思路进行结合,对一种可用于大型阵列的互耦分析方法进行研究,并基于此方法,对传统的不考虑互耦的阵列综合问题模型进行互耦补偿。最终效果显示,补偿效果良好。

## 1 数学处理方法

### 1.1 宏基函数类方法的基本原理

MBF 方法的基本思想是将整个目标分成  $N$  个宏域,对于天线阵列而言,每一个阵元可以作为一个宏域,然后在每个宏域上构造宏基函数。一般而言,相比于传统的 RWG 等低阶基函数,宏基函数的个数要小得多。因此 MBF 构建的矩阵方程的维度要远小于传统矩量法。

以  $N$  元对称振子阵为例,设每个阵元上有  $M$  个 RWG 基函数,则此时矩量法产生的全局方程可写成如下这种块的形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11}^{\text{RWG}} & \cdots & \mathbf{Z}_{1N}^{\text{RWG}} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{Z}_{N1}^{\text{RWG}} & \cdots & \mathbf{Z}_{NN}^{\text{RWG}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^{\text{RWG}} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_N^{\text{RWG}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^{\text{RWG}} \\ \vdots \\ \mathbf{V}_N^{\text{RWG}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{Z}_{pq}^{\text{RWG}}$  为单元  $p$  和  $q$  上的 RWG 基函数之间相互作用的阻抗矩阵,其矩阵维度为  $M \times M$ ;  $\mathbf{I}_p^{\text{RWG}}$  和  $\mathbf{V}_p^{\text{RWG}}$  分别为阵元  $p$  上的电流系数向量和激励系数向量。

使用 MBF 方法产生的矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^T \mathbf{Z}_{11}^{\text{RWG}} \mathbf{U}_1 & \cdots & \mathbf{U}_1^T \mathbf{Z}_{1N}^{\text{RWG}} \mathbf{U}_N \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{U}_N^T \mathbf{Z}_{N1}^{\text{RWG}} \mathbf{U}_1 & \cdots & \mathbf{U}_N^T \mathbf{Z}_{NN}^{\text{RWG}} \mathbf{U}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^{\text{MBF}} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_N^{\text{MBF}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^{\text{MBF}} \\ \vdots \\ \mathbf{V}_N^{\text{MBF}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

将式(2)和式(1)进行对比可以发现,MBF 方法产生的广义阻抗矩阵的维度为  $NK \times NK$ ,而传统的 RWG 矩量法的阻抗矩阵维度为  $NM \times NM$ 。因为  $K \ll M$ ,所以 MBF 方法能够有效地减小未知量的个数,实现矩阵降阶。此外,由于 MBF 方法电流系数是由低阶基函数的矩阵方程求得,其求解的稳定性和速度相比于传统矩量法都会大大提高。

MBF 没有固定的构建方法,目前最流行的构建方法是文献[6]提出的“Primary and Secondary”电流分布法。尽管构建方法可以多种多样,不管采用何种方法,所构建的 MBF 必须要能够反映宏域间的互耦,这也是 MBF 的构建准则。

由电磁场的叠加原理可知,阵列在满阵馈电时的电流分布,等于分别激励单个阵元产生的电流分布的

叠加,阵列的单一激励电流分布可以作为阵列分析的宏基函数。对于大型阵列,其单一激励电流分布只能通过全波分析求得,工作量太大。

有文献已经证明,有限阵的边缘效应问题可由无限阵的解推导出,可以作为有限阵的近似模型,而且无限阵的单一激励电流分布同样包含阵元互耦信息。因此一般认为无限阵的单一激励电流分布作为有限阵分析的宏基函数具有可行性。那么,如何求解无限阵的单一激励电流分布,下面介绍一种阵列扫描法(Array Scanning Method, ASM)来解决这个问题。

### 1.2 阵列扫描法的基本原理

先考虑一个无限点源阵,设各点源沿  $x$  轴排列,点源间距为  $a$ ,相邻点源激励的相位差恒定为  $\psi$ 。该无限阵在单个激励(只激励  $x=0$  处的阵元)下产生的电流分布为:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C(x, \psi) d\psi \tag{3}$$

该式即隐含着无限阵的单一激励电流分布和均匀激励电流分布的关系。进一步地,对于一个一维无限阵,设其沿  $x$  轴排布,单元间距为  $a$ ,阵列在只激励阵元 0 时产生的电流分布为  $J^s(x, y, z)$ ,在均匀激励(幅度相等,相位差恒定)下产生的电流分布为  $J^\infty(x, y, z)$ 。为了便于表述,将其分别简记为  $J^s(x)$  和  $J^\infty(x)$ ,则有:

$$J^\infty(x, \psi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J^s(x-na) e^{-jn\psi} = C(x, \psi) * J^s(x) \tag{4}$$

式(4)中:  $J^s(x-na)$  表示只激励  $x=na$  处阵元产生的电流分布; \* 表示卷积运算。

由式(3)和式(4)可得:

$$J^s(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C(x, \psi) * J^s(x) d\psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J^\infty(x, \psi) d\psi \tag{5}$$

对于均匀无限阵,各阵元的电磁环境相同,不需要逐元分析,通常取一个参考阵元进行分析即可。这里将阵元 0 作为参考阵元,设其位置为  $x_0$ ,则  $x = x_0 + ma$ ,从而式(5)可进一步表示为:

$$J_m^s(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J^\infty(x_0, \psi) e^{-jm\psi} d\psi \tag{6}$$

式(6)中:  $J_m^s(x)$  为只激励阵元 0 时阵元  $m$  上的电流分布;  $J^\infty(x_0, \psi)$  为均匀激励下参考阵元的电流分布。

式(6)涉及到连续谱域积分,并不能直接求解,通常需要采用 DFT 形式的计算式(如式(7)所示),以求和代替积分其中,  $\psi_p = 2\pi p / N$ ,  $N$  为谱域的离散采样点数。

$$J_m^s(x) \cong \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N J^\infty(x_0, \psi_p) e^{-jm\psi_p}, 0 \leq m \leq N \tag{7}$$

由式(5) — (7)可以看出,对于无限阵,其单一激励电流分布可以看作其均匀激励电流分布在谱域( $\psi$  域)的平均。这就是阵列扫描法(Array Scanning Method, ASM)的基本原理<sup>[3-4]</sup>。

由 ASM 方法可知,无限阵阵元的单一激励电流分布  $J_m^s(x)$  可以由均匀激励电流分布  $J^\infty(x_0, \psi_p)$  推导得到。 $J^\infty(x_0, \psi_p)$  本身也包含了各单元间的互耦信息,符合 MBF 的特点。因此,可以选用不同相移下的均匀激励电流分布  $J^\infty(x_0, \psi_p)$  作为有限阵分析的宏基函数。

对于  $J^\infty(x_0, \psi_p)$ ,仍然可以用矩量法来求,唯一的改动是需要将矩量法中的自由空间格林函数替换为式(8)所示的周期性格林函数。

$$G = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_n}}{4\pi R_n} e^{-jn\psi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \tag{8}$$

式(8)中:  $\psi$  为单元间的相移;  $R_n$  为场源的距离。

需要注意的是,式(8)具有无穷序列求和的形式,存在着收敛速度过慢的问题。针对这个问题,对其进行 Levin-T<sup>[5]</sup>变换,以加快其收敛速度,进一步提高整个算法的效率。

### 1.3 Levin-T 变换加速周期格林函数的收敛

对于无穷序列  $f(n)$ ,设其前  $n$  项和为  $S_n$ ,且当  $n \rightarrow \infty$  时,  $S_n \rightarrow G$ 。则  $S_n$  的 Levin-T 变换定义为:

$$t_k(S_n) = \frac{\sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i \left(\frac{n+i}{n+k}\right)^{(k-1)} \left(\frac{S_{n+i}}{S_{n+i+1} - S_{n+i}}\right)}{\sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i \left(\frac{n+i}{n+k}\right)^{(k-1)} \left(\frac{1}{S_{n+i+1} - S_{n+i}}\right)} \tag{9}$$

式(9)中:  $t_k(S_n)$  表示  $S_n$  的第  $k$  阶 Levin-T 变换,也可简记为  $t_k^{(n)}$ ;  $C_k^i$  为二项式系数,  $C_k^i = \frac{k!}{i!(k-i)!}$ 。

Levin-T 变换的一个最大优点是,其可以由部分项求和和推导得到无穷序列求和的收敛解。相比于其他加速周期性格林函数收敛的方法(如 Shanks 变换法),其避免了截断误差的累计,精确度更高。

### 1.4 有限阵列的互耦

前面简述了 MBF 方法和 ASM 方法的基本原理,并指出了一种新的宏基函数构建思路,将其称为 ASM-MBF。下面将 ASM-MBF 方法分析有限阵列互耦特性的具体过程及期间的注意事项总结如下。

1) 对谱域  $\psi$  进行离散采样,使用矩量法计算不同相移下的均匀激励电流分布  $J^\infty(x_0, \psi_p)$ 。在这个过程中,需要用到 Levin-T 变换来对周期性格林函数进行收敛加速。

2) 从 1) 的计算结果中任取  $K$  个, 构成矩阵  $C$ , 此时矩阵  $C$  不是良态的, 并不能直接作为 MBF 函数矩阵, 需要进行正则化处理, 可借助 Matlab 中的 orth 函数来完成。正则化后, 所得矩阵即为 MBF 函数矩阵  $U$ , 将  $U$  代入到式 (6) 中即可完成矩阵降阶。

3) 求解式 (6) 所示的降阶矩阵方程, 即可得到 MBF 电流系数, 进而得到阵列的电流分布。

4) 在计算得到阵列的电流分布之后, 可计算得到阵元间的互阻抗:

$$Z_{ij}^c = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N I_i(p) Z_{ij}(p, q) I_j(q)}{I_i^{in} I_j^{in}} \quad (10)$$

式 (10) 中:  $Z_{ij}^c$  表示天线端口间的互阻抗;  $Z_{ij}(p, q)$  表示用矩量法计算得到的广义阻抗矩阵中, 阵元  $i$  的第  $p$  个 RWG 基函数和阵元  $j$  的第  $q$  个 RWG 基函数之间形成的阻抗元素;  $I_i(p)$  和  $I_j(q)$  表示阵元  $i$  的第  $p$  个基函数和阵元  $j$  的第  $q$  个基函数的电流系数;  $I_i^{in}$  和  $I_j^{in}$  表示阵元  $i$  和阵元  $j$  端口处的输入电流。

## 1.5 互耦补偿

在不考虑互耦的情况下, 传统的阵列综合问题表示成如下形式的优化问题:

$$\min_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}) \quad \text{Subject to } \mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w} = d(\theta) \quad \theta \in \Theta_0 \quad (11)$$

$$|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}| \leq \zeta(\theta) \quad \theta \in \Theta_n$$

式 (11) 中:  $\mathbf{w}$  为阵列的权矢量;  $\mathbf{s}(\theta)$  为阵列的导向矢量;  $\Theta_0$  为主瓣或者其他感兴趣的区域;  $\Theta_n$  为副瓣、零陷或者其他想要抑制的区域;  $d(\theta)$  为期望的阵列响应;  $\zeta(\theta)$  为控制的阈值;  $f(\mathbf{w})$  为代价函数, 对于 Chebyshev 阵, 由于其具有等副瓣特性, 其代价函数为  $f(\mathbf{w}) = \max_{\theta \in \Theta_s} \{|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}|\}$ ,  $\Theta_s$  为副瓣区域。

由于上述优化模型缺乏对主瓣响应的精确控制, 为此添加主瓣幅度响应约束条件:

$$L(\theta) \leq |\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}| \leq U(\theta) \quad \theta \in [\theta_l, \theta_u] \quad (12)$$

式 (12) 中:  $L(\theta)$  和  $U(\theta)$  为幅度响应的上下界, 为方便表述, 将其简记为  $L$  和  $U$ ,  $L$  和  $U$  与主瓣的微扰量  $r_{db}$  有关;  $\theta_l$ 、 $\theta_u$  为主瓣的边界点。

式 (12) 左端的约束条件  $L(\theta) \leq |\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}|$  是非凸的, 无法进行优化求解。文献[6]已证明, 对于均匀线阵, 可以利用特殊的因式分解技术, 将该约束条件放宽为:

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}\} &\geq L \quad \theta \in [\theta_l, \theta_u] \\ \text{Im}\{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}\} &= 0 \quad \theta \in [\theta_l, \theta_u] \end{aligned} \quad (13)$$

当主瓣宽度要求不是很窄时, 上述虚部约束条件可以不予考虑。从而得到在不考虑互耦的情况下, 传

统阵列综合问题的优化模型为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}) \quad \text{Subject to } &\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w} = d(\theta) \quad \theta \in \Theta_0 \\ &|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}| \leq \zeta(\theta) \quad \theta \in \Theta_n \\ &|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}| \leq U \quad \theta \in \Theta_m \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{Re}\{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{w}\} \geq L \quad \theta \in \Theta_m$$

其中  $\Theta_m$  为主瓣区域。

互耦会使阵列的导向矢量发生畸变。考虑互耦的导向矢量为:

$$\mathbf{s}_{MC}(\theta) = \mathbf{M}\mathbf{s}(\theta) + \mathbf{e} \quad (15)$$

根据文献[7], 式中  $\mathbf{M}$  可取为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{Z}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{11}^c}{Z_L} & \frac{Z_{12}^c}{Z_L} & \dots & \frac{Z_{1N}^c}{Z_L} \\ \frac{Z_{21}^c}{Z_L} & 1 + \frac{Z_{22}^c}{Z_L} & \dots & \frac{Z_{2N}^c}{Z_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{Z_{N1}^c}{Z_L} & \frac{Z_{N2}^c}{Z_L} & \dots & 1 + \frac{Z_{NN}^c}{Z_L} \end{bmatrix}^{-1}$$

$Z_{ij}^c$  即为 1.4 小节求得的互阻抗。

由于互耦矩阵  $\mathbf{M}$  并不能完全地反应阵列的互耦情况, 故上述修正方法不能完全补偿互耦的影响。因此, 又引入了一个误差函数  $e$ , 且  $\|e\| \leq \varepsilon$ 。可以证明:

$$\varepsilon \leq \frac{(U-L)/\sqrt{N}}{2} \quad (16)$$

所以, 互耦补偿后的阵列综合问题可以写为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}) \quad \text{Subject to } & \\ &|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{C}^H\mathbf{w}| + \varepsilon\|\mathbf{w}\| \leq \zeta(\theta) \quad \theta \in \Theta_n \\ &|\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{C}^H\mathbf{w}| + \varepsilon\|\mathbf{w}\| \leq U \quad \theta \in \Theta_m \\ &\text{Re}\{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{C}^H\mathbf{w}\} + \varepsilon\|\mathbf{w}\| \geq L \quad \theta \in \Theta_m \end{aligned} \quad (17)$$

## 2 数值结果和讨论

### 2.1 有效性验证

考虑一个半波振子阵列。阵元数为 30, 单个振子长 15 cm, 宽 4 mm, 计算波长为 30 cm, 单元间距为 15 cm, 各单元接负载  $Z_L = 100 \Omega$ 。使用 ASM 方法计算得到的无限阵在单一激励条件下各阵元的端口电流情况如图 1 所示, 此时只有 5 号阵元被激励。

由图 1 可以看出, 单元离激励阵元越远, 其端口电流幅度就越低, 直至趋于 0。这说明随距离的增加, 其他单元和激励单元间的互耦逐渐减弱。

分别使用 ASM-MBF 和传统的 RWG-MOM 计算 30 元对称振子阵的表面电流误差曲线如图 2 所示。其中横轴为单元上 MBF 的个数, 纵轴为误差。误差

函数定义为：

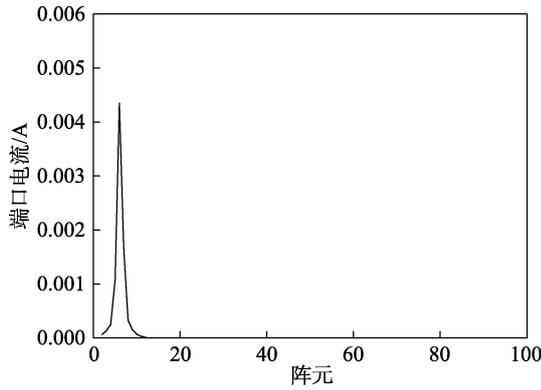


图1 无限阵在单一激励下各阵元的端口电流情况  
Fig.1 Port current of infinite array elements under single excitation

$$\eta = 20 \lg(|I_a - I_c| / |I_c|)$$

式中： $I_a$ 、 $I_c$ 分别为ASM-MBF、RWG-MOM方法的计算结果。

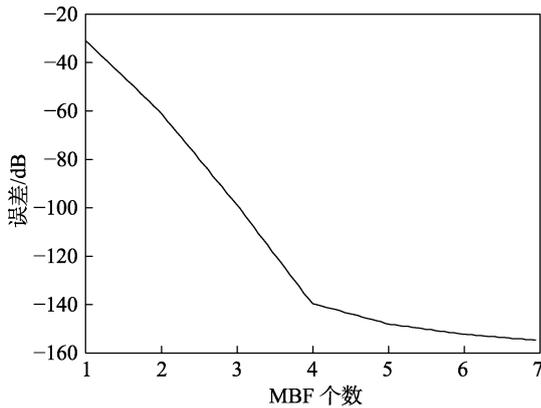


图2 误差曲线  
Fig.2 Error curve

由图2可以看出，随着MBF的个数增加，两种方法计算结果的误差逐渐降低。当单元上的MBF的个数为4的时候，两种方法的误差已经低至-140 dB。此时，ASM-MBF方法的未知数总数为120，而RWG-MOM的未知数总数为2370，两者相差了1~2个数量级。可见，ASM-MBF能够在保证精度的同时，实现矩阵降阶。

用ASM-MBF方法计算得到的30元半波振子阵列部分阵元的内嵌方向图见图3。可以看出，由于互耦的影响，各阵元在H面已不再具有全向辐射特性。

### 2.2 互耦补偿效果验证

考虑一个17元对称振子阵列，计算频率设为75 MHz，振子长度为 $\lambda/2$ ，半径为 $0.001\lambda$ ，单元间距设为 $d$ ，各单元均接 $50 \Omega$ 参考负载。现在对该阵列进行Chebyshev综合，要求主瓣指向 $\theta_m=0^\circ$ ，主瓣

宽度为 $20^\circ$ 。设主瓣的微扰量 $r_{db}=2 \text{ dB}$ ，则上界 $U=10^{r_{db}/20}$ ，下界 $L=10^{-r_{db}/20}$ 。不同间距时，理想情况、互耦影响下、互耦补偿后3种情况下的方向图对比如图4所示。

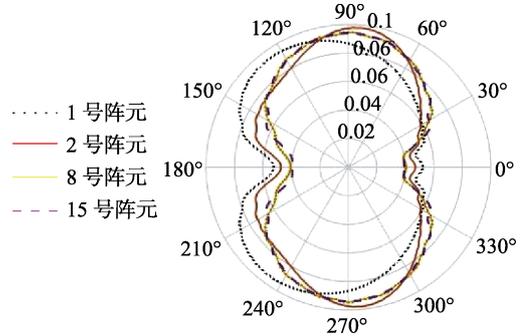


图3 30元阵部分阵元的内嵌方向图  
Fig.3 Embedded pattern of some elements in 30-element array

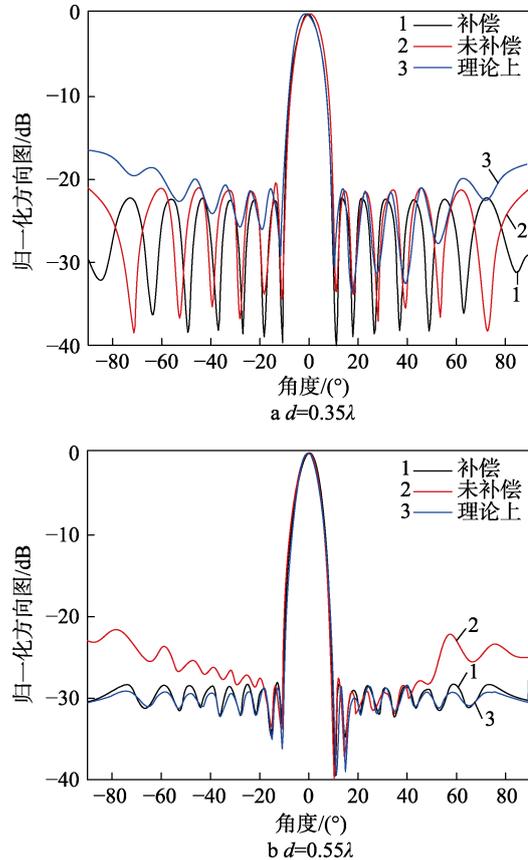


图4 不同间距情况下三种方向图对比  
Fig.4 Comparison of three patterns at different spacing

由图4可以看出，理论上，Chebyshev阵在主瓣宽度一定的情况下，其不仅拥有等副瓣特性，而且其副瓣电平应该最低；实际上，由于单元间互耦的影响，方向图的副瓣不仅抬高，而且已经失去了等副瓣性质。离主瓣越远的副瓣，抬高的幅度越大。对比图4a、b可知，间距越小，互耦的影响越大，当间距 $d=0.35\lambda$ 时，未补偿情况下的最高副瓣电平已

快接近-15 dB 以上。在两种情况下，所使用的互耦补偿方法均取得优良的补偿效果，尤其在间距较小，互耦的影响较大时，补偿后的方向图已十分接近理想情况。

单元间距  $d = 0.45 \lambda$ ，主瓣宽度设为  $20^\circ$  时，不同扫描角度下，三种情况下的方向图对比如图 5 所示。可以看出，不同扫描角度下，互耦的影响也有大有小，各不相同，都取得了较好的补偿效果。

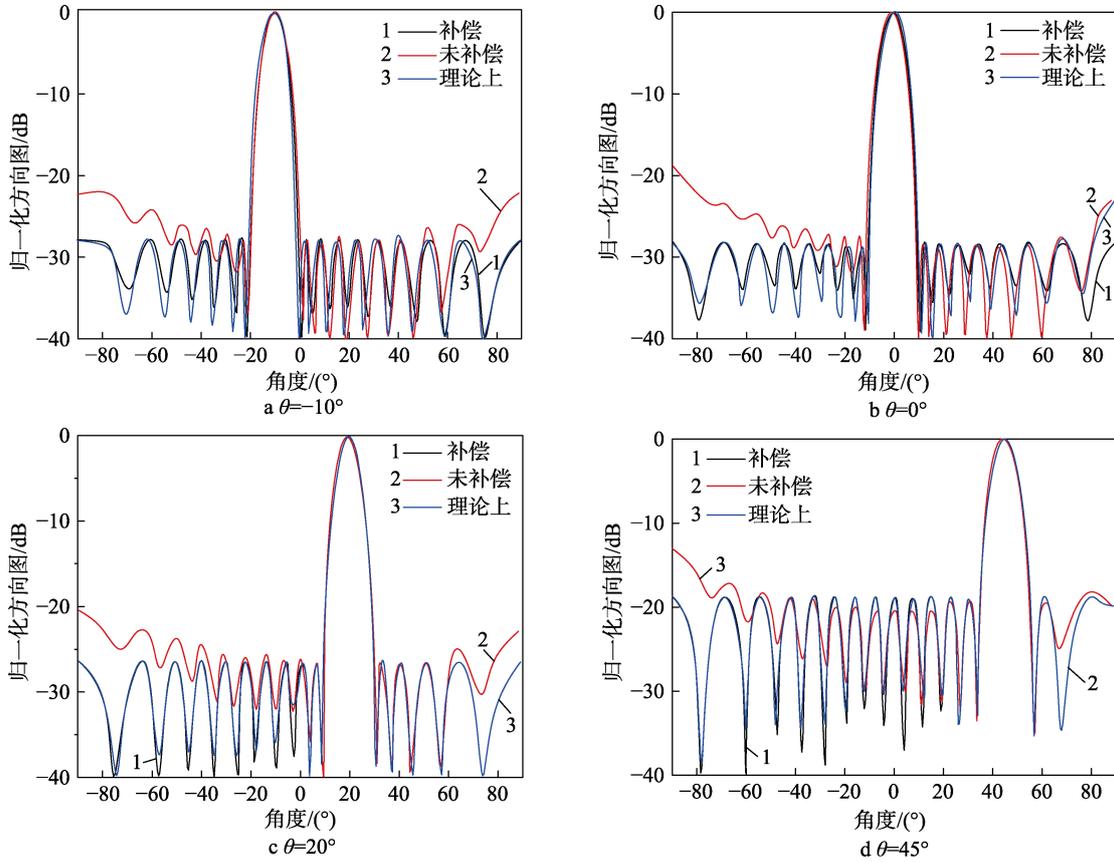


图 5 不同扫描角度下的方向图  
Fig.5 Pattern under different scanning angles

上述仿真都没有考虑零陷。事实上，互耦对零陷的影响也很大。同样对于此 17 元阵，单元间距固定为  $0.5 \lambda$ ，主瓣指向  $\theta_m = 0^\circ$ ，主瓣宽度设为  $20^\circ$ 。现要求在  $\theta_{null}$  处产生零陷，且零陷深度要达到  $-60$  dB。

不同零陷角度、零陷个数情况下的方向图对比如

图 6 所示。可以看出，由于互耦的影响，未补偿的方向图的零陷会变浅，甚至消失。在不同情况下，补偿后的阵列综合模型依然能够产生深零陷。由于产生的零陷较深，补偿后方向图的副瓣电平相对抬高得较多，即存在一定的性能损失。

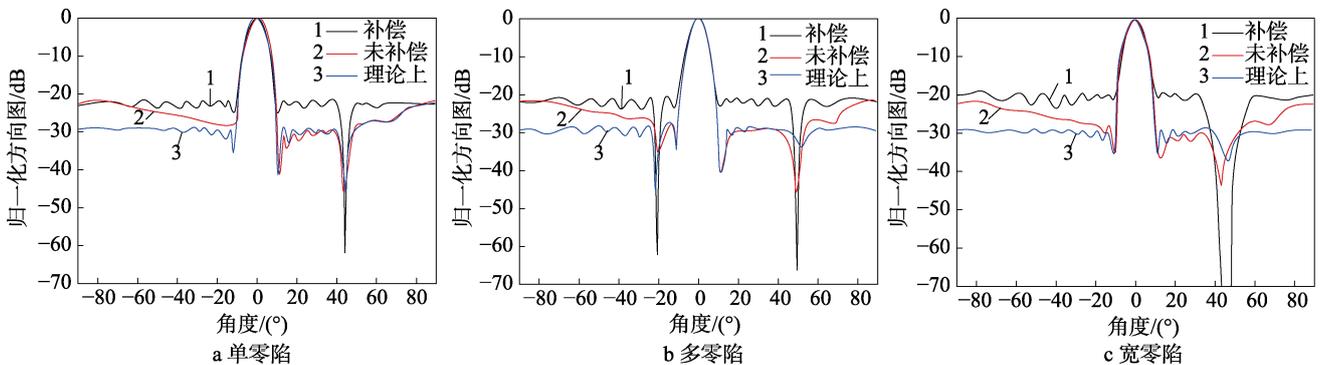


图 6 不同零陷情况下的方向图对比  
Fig.6 Comparison of patterns under different null: a) single null; b) multiple null; c) wide null

### 3 结语

ASM-MBF 方法结合宏基函数思想和无限阵列近似思想,能够在保证精度的同时,实现矩阵的降阶,可用于阵元数目较多情况下阵列互耦分析。使用 ASM-MBF 方法计算得到互阻抗矩阵,可对传统的不考虑单元间互耦的阵列综合问题进行有效补偿。

#### 参考文献:

- [1] HARRINGTON R F. Field Computation by Moment Methods[M]. New York: MacMillan, 1968.
- [2] ENGHETA N, MURPHY W D, ROKHLIN V, et al. The Fast Multipole Method (FMM) for Electromagnetic Scattering Problems[J]. IEEE Trans on AP, 1992, 40(6): 634-641.
- [3] SUTER E, MOSIG J. A Subdomain Multilevel Approach for the MoM Analysis of Large Planar Antennas[J]. Microwave Opt Tech, 2000, 26: 270-277.
- [4] LUCENTE E, MONORCHIO A, MITTRA R. Generation of Characteristic Basis Functions by Using Sparse MoM Impedance Matrix to Construct the Solution of Large Scattering and Radiation Problems[C]// IEEE AP-S International Symposium USNC/URSI National Radio Science Meeting. Albuquerque, NM, USA: IEEE, 2006.
- [5] CUI T J, LU W B, QIAN Z G, et al. Accurate Analysis of Large-scale Periodic Using an Efficient Sub-entire-domain Basis Method[C]// IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(11): 3078-3085.
- [6] YEO J, PRAKASH V V S, MITTRA R. Efficient Analysis of a Class of Microstrip Antennas Using the Characteristic Basis Function Method (CBFM)[J]. Microwave & Optical Technology Letters, 2003, 39(6): 456-464.
- [7] MUNK B, BURRELL G. Plane-wave Expansion for Arrays of Arbitrarily Oriented Piecewise Linear Elements and Its Application in Determining the Impedance of a Single Linear Antenna in a Lossy Half-space[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1979, 27(3): 331-343.
- [8] HANSEN R C. Radiating Elements and Mutual Coupling in Microwave Scanning Antennas[M] New York: NY Academic Press, , 1966.
- [9] SINGH S, SINGH R. On the use of Levin's T-transform in Accelerating the Summation of Series Representing the Free-space Periodic Green's Functions[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1993, 41(5):884-886.
- [10] SAYED A H, KAILATH T. A Survey of Spectral Factorization Methods[J]. Numerical Linear Algebra with Applications, 2001, 8(6-7): 467-496.
- [11] GUPTA I J, KSIENSKI A A. Effect of Mutual Coupling on the Performance Ofadaptive Arrays[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1982, 9: 785-791.
- [12] CHEN Li-li. Research on the Fast Algorithm for Scattering and Radiation Characteristics of Periodic Array[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2017.
- [13] KONNO K, CHEN Q, BURKHOLDER R J. Numerical Analysis of Large-scale Finite Periodic Arrays Using a Macro Block-Characteristic Basis Function Method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2017, 65(10): 5348-5355.
- [14] HELANDER J, TAYLI D, SJOBERG D. A Comparison of Macro Basis Function Methods for Interconnected Endfire Antenna Arrays[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16: 2159-2162.