

基于带漂移布朗运动的航材故障预测模型

赵明¹, 尹常京², 张作刚³

(1. 海军航空工程学院, 山东 烟台 264001; 2. 中国人民解放军陆军航空兵学院, 北京 101123;
3. 海军航空工程学院 青岛校区, 山东 青岛 266041)

摘要: 介绍了带漂移布朗运动理论,以航空器材为研究对象,通过分析航材故障发生趋势,建立了基于带漂移的布朗运动的预测模型,并且给出了具体算例,验证了所建模型的科学性和有效性。实例证明,该方法可操作性强,易于工程实现,为航材科学管理提供了基础。

关键词: 航空器材; 带漂移布朗运动; 预测

中图分类号: TP18; V250 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2013)02-0113-03

Fault Forecast of Air Material Based on Brownian Motion with Drift

ZHAO Ming¹, YIN Chang-jing², ZHANG Zuo-gang³

(1. Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Army Aviation Institute of PLA, Beijing 101123, China;

3. Qingdao Branch of Naval Aeronautical Engineering Academy, Qingdao 264001, China)

Abstract: The theory of Brownian motion with drift was introduced. Fault development tendency of air material was studied and analyzed. The fault forecast model based on Brownian motion with drift was established based on the analysis. The scientificity and validity of the model was verified by specified example. The results showed that the proposed methods have good operability and easy for engineering application. The purpose was to provide foundation for scientific management of air material.

Key words: air material; Brownian motion with drift; forecast

1 布朗运动基本原理

布朗运动(也称 Brown 运动)研究的是微粒在液体表面无规则运行的过程,如果设 $B(t)$ 表示 t 时刻微粒的坐标, $B(0)=0$ 。设 $t>s$, 则位移 $B(t)-B(s)$ 是许

多相互独立的微小位移之和,根据中心极限定理,应服从正态分布,布朗运动是具有下述性质的随机过程^[1-2]。

1) 正态增量: $B(t)-B(s) \sim N(0, \sigma^2(t-s))$ 。

2) 独立增量: $B(t)-B(s)$ 独立于布朗运动过程的过去状态 $B(u), 0 \leq u \leq s$ 。

收稿日期: 2012-10-12

作者简介: 赵明(1986—),男,山东滨州人,硕士,助教,研究方向为装备、器材勤务技术。

3) 路径的连续性:位置 $B(t), t \geq 0$ 是 t 的连续函数。

若 $B(t), t \geq 0$ 是布朗运动, 则称 $X(t) = S + \mu t + \sigma B(t)$ 为带漂移的布朗运动, 其中常数 μ 称为漂移系数。由布朗运动性质可得, $E[X(t)] = S + \mu t$, $D[X(t)] = \sigma^2 t$, 即 $X(t)$ 是服从均值为 $S + \mu t$, 方差为 $\sigma^2 t$ 的正态分布, 即 $X(t) \sim N(S + \mu t, \sigma^2 t)$ 。

如果把时间段 $0 \sim t$ 分成相同长度的区间: $1 < 2 < \dots < n-1 < n$, 设 $X(t_i)$ 是时间段 $t_i (i=1, 2, \dots, n)$ 上的数据, 则可得到:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \mu \Delta t + \sigma (B(t_{i+1}) - B(t_i)) = X(t_i) + \mu \Delta t + \sigma \Delta B(t_{i+1}) \quad (1)$$

$B(t)$ 是服从布朗运动的随机过程, 在时间增量 Δt 内满足 $\Delta B(t_{i+1}) = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$, 其中 ε 是一个标准正态随机变量。

2 漂移布朗运动的检验与各项参数计算^[3-4]

若 $X(t)$ 的波动可以看成是遵循带漂移的布朗运动的, 则 $X(t_i)$ 与 $B(t)$ 之差应是服从正态分布的, 构造如参数 k , 它是一个描述 $X(t_i)$ 与 $B(t)$ 之差的函数, 其计算公式为:

$$k = \frac{[(X(t_{i+1}) - X(t_i)) - \mu \Delta t] - \sigma \sqrt{\Delta t}}{\sigma \sqrt{2\Delta t}} = \frac{[(X(t_{i+1}) - X(t_i)) - \varepsilon \sqrt{\Delta t}] - \sigma \sqrt{2\Delta t}}{\sigma \sqrt{2\Delta t}} \quad (2)$$

实际上就是通过检验 k 是否符合标准正态分布来验证 $X(t)$ 是否服从带漂移的布朗运动, 而 k 是否为标准正态分布是通过检验它的偏度和峰度值来实现的。随机变量 k 的偏度和峰度分别可以利用 k 标准化变量的三阶中心矩 v_1 和四阶中心矩 v_2 来表示:

$$\begin{cases} v_1 = E\left[\left[\frac{k - E(k)}{\sqrt{D(k)}}\right]^3\right] \\ v_2 = E\left[\left[\frac{k - E(k)}{\sqrt{D(k)}}\right]^4\right] \end{cases} \quad (3)$$

式中: $E(\cdot), D(\cdot)$ 分别表示计算的 k 值的期望值和方差。当需要验证的随机变量服从正态分布时, 会使得 $v_1=0, v_2=3$ 。令 v_1, v_2 的多阶矩估计分别为 g_1 和 g_2 , 进一步求解可得 μ_1, μ_2 :

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{g_1}{\delta_1} \\ \mu_2 = \frac{1}{\delta_2} \left(g_2 - 3 + \frac{6}{n+1} \right) \end{cases} \quad (4)$$

式中的参数 δ_1 和 δ_2 的计算公式如下:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \sqrt{6(n-1)/[(n+1)(n+3)]} \\ \delta_2 &= \sqrt{24(n-2)(n-3)/[(n+1)^2(n+3)(n+5)]} \end{aligned} \quad (5)$$

经验证得到: k 是服从正态分布的且能够满足显著水平 a , $|\mu_1| < Z_{a/4}$ 或 $|\mu_2| < Z_{a/4}$ 。其中 $Z_{a/4}$ 为正态分布的上 $a/4$ 分位点。

然后, 利用基于带漂移的布朗运动的航材故障次数预测模型, 并利用样本数据获得数据特征参数 μ, σ 的估计值 $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 。根据带漂移的布朗运动所具有的独立增量特性, 可以利用极大似然估计对 μ, σ 进行参数估计:

$$L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi(t_{j+1} - t_j)}} \cdot \exp\left[-\frac{(\Delta x_{ij} - \mu(t_{j+1} - t_j))^2}{2\sigma^2(t_{j+1} - t_j)}\right] \quad (6)$$

根据方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln(L(\mu, \sigma))}{\partial \mu} = 0 \\ \frac{\partial \ln(L(\mu, \sigma))}{\partial \sigma} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

可以求出数据特征参数 μ, σ 的极大似然估计值 $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 。

3 实例分析

A类航材的调研数据^[5]包括2001—2011年的历史故障次数数据, 把其中2001—2010故障数据作为预测样本数据, 2011年作为验证数据, 具体结果见表1。

调用 Matlab 中的 $g_1 = \text{skewness}(k)$ 命令和 $g_2 = \text{kurtosis}(k)$ 命令, 可求解得:

$$\begin{cases} g_1 = 0.6441 \\ g_2 = 2.4548 \end{cases}$$

2001—2010年故障数据作为预测样本数据, 所以 k 的样本数量 $n=10$ 。根据式(5)可以计算出 $\delta_1=0.6030, \delta_2=0.2387$, 再由式(4)得:

表1 A类航材故障次数

Table 1 Failure frequency of air material

年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
故障次数 X	16	14	13	19	12	22	19	18	21	17	21

$$\begin{cases} \mu_1 = 1.0632 \\ \mu_2 = 0.0011 \end{cases}$$

显著水平为 $\alpha=0.5$ 时满足统计检验参数 $|\mu_1| < Z_{\alpha/4}=2.25$, 且 $|\mu_2| < Z_{\alpha/4}=2.25$, k 遵循正态分布。由此可得 A 航材的故障次数数据符合带漂移的布朗运动, 代入基于带漂移的布朗运动的航材故障次数预测模型:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \mu\Delta t + \sigma\varepsilon_{t_i} \sqrt{\Delta t} \quad (8)$$

式中: 时间增量 $\Delta t=1$; ε_{t_i} 是服从 $N(0,1)$ 的随机数; 数据特征参数 μ, σ 未知, 需要求解其估计值 $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 。根据带漂移的布朗运动所具有的独立增量特性, 根据式(6), (7), 利用极大似然估计对 μ, σ 进行参数估计, 得 $\begin{cases} \hat{\mu} = 0.1111 \\ \hat{\sigma} = 5.3020 \end{cases}$, 带入式(8)可以计算出

2011 年的故障次数为 $X(11) = X(11) + 0.1111 + 5.3020 \times \varepsilon_{t_{10}} = 19.7396$, 与真实值绝对误差为 1.2604。

4 精度分析

通过对 2007—2011 年指数平滑法和带漂移布朗运动航材故障预测模型的预测精度分析^[6]可以看出(见表2), 后者的预测精度明显高于前者。带漂移布朗运动航材故障预测模型与真实值之间有着较高

的拟合程度, 能够很好地刻划出故障变化的趋势。

5 结语

以带漂移布朗运动为理论基础, 对航材故障次数预测进行了初步探索, 进而建立了相应的预测模型。以某种具体航材的故障数据作为实例验证, 通过与指数平滑法预测模型的精度分析对比, 可以看到带漂移布朗运动预测模型有较好的预测精度, 能够较好地应用于航材故障次数预测的实践之中。

通过实例计算可以看到, 文中给出的预测方法的均方根误差为 0.3927, 结果有差异的原因如下。

1) 利用 R 软件生成的随机数 ε 的组数, 如果能够生成多组随机数进行重复模拟, 再取几组模拟结果的均值, 效果会更好。

2) 模型中没有体现出非量化数据估计的影响。影响故障的因素很复杂, 除了数量因素外, 还受保障能力和修理能力等因素的影响。

从以上分析可以看出, 基于布朗运动的预测模型有一定的应用价值, 但是要得到更精确的结果还需结合实际中的具体情况, 全面考虑影响故障的因素。不过目前该模型仍可以满足工程实际需要, 为航材科学管理提供了依据。

表2 预测模型精度对比

Table 2 Precision comparison of forecast models

年份	真实值	自适应指数平滑模型预测值	带漂移布朗运动模型预测值	自适应指数平滑模型绝对误差	带漂移布朗运动模型预测值	自适应指数平滑模型均方根误差	带漂移布朗运动模型预测值
2007	19	19.6188	18.7619	0.6188	0.2381		
2008	18	19.5595	19.2140	1.5595	1.2140		
2009	21	19.3612	21.5266	1.6388	0.5266	0.7791	0.3927
2010	17	19.6961	16.3220	2.6961	0.6780		
2011	21	19.4491	19.7396	1.5509	1.2604		

(下转第 123 页)

深循环的主要控制因素为构造,隧址区泸定断裂为该区域控制性断裂,且隧道穿越该断裂。断裂带中泥岩、泥质粉砂岩灰岩互层,岩溶不发育,地下水具有局部承压性。虽然隧道穿越该带埋深较大,裂隙不发育,但该带发育的小型溶洞内有小砾石的存在,因而与浅部地下水系统水力联系较为紧密。隧道建设中,大泉及沟水流量减少将不同程度地出现,但不会产生地面陷落、沉降等现象。

2.3.3 施工对地下水循环系统影响

由于隧址区二郎山分水岭两侧岩性差异,隧道施工对二郎山分水岭两侧深循环地下水的影响不同。

在二郎山分水岭西侧,FK隧址区出露地层以花岗岩为主,隧址区深部地下水循环带,地下水不发育。隧道施工对深循环地下水影响小,不会改变地下水流动方向。

二郎山分水岭东侧,深循环地下水受断裂发育、碳酸盐岩地层与非可溶岩互层组合分布影响,深循环地下水相对发育,隧道施工揭露含水带,可能引起较大涌水、突水。然而二郎山不同断裂和地层发育的承压水系统相互对立,隧道施工不会引起隧址区不同承压水系统连通,区域地下水水位不会下降,流动方向也不会改变。

二郎山特长隧道施工对隧址区地下水系统有一定的影响,但影响范围较小、可控。

2.4 二郎山特长隧道地下水防治措施

二郎山特长隧道施工方案应贯彻“以堵为主、限量排放、有效利用”的原则,采取防水施工、超前地质预报,尽量减少对地下水的影响。建议在下一阶段加强工程与水文地质勘查和研究,针对二郎山超长

隧道开展专项调查,提出合理的防治措施和建议。

3 结语

二郎山特长隧道建设极大缩短了雅康高速公路里程,降低了高海拔冬季冰雪路面通行风险,产生了良好的社会效益。虽然隧道施工将会对区域地下水环境产生一定的不利影响,但只要认真落实工程水文地质专项报告 and 环境影响报告提出的减缓措施与保护措施,所产生的不利影响可以得到有效控制,并降至环境所能接受的最低程度。

参考文献:

- [1] 四川省交通厅交通勘察设计研究院. 雅安至康定高速公路工程可行性研究报告[R]. 四川:四川省交通厅交通勘察设计研究院,2009:23—50.
 - [2] 王廷亮. 隧道工程地下水处理的环境地质效应[J]. 工程勘察,2010(12):43—47.
 - [3] 刘丹,杨立中,于苏俊. 华蓥山隧道排水的生态环境问题及效应[J]. 西南交通大学学报,2001,36(3):308—313.
 - [4] 蒋成海,吴湘滨,黄栋良,等. 雪峰山隧道浅埋段隧道涌水对生态环境影响研究[J]. 中南公路工程,2006,31(1):28—35.
 - [5] 李耐霞. 歌乐山隧道施工过程对水环境影响研究[D]. 成都:西南交通大学,2004:19—23.
 - [6] 王勐,许兆义,王连俊,等. 圆梁山毛坝向斜段隧道涌突水灾害及对地下水的影响[J]. 中国安全科学学报,2004,14(5):6—10.
 - [7] 胡有华,薛仲华. 新疆铀矿地质勘探及放射性污染防治现状调查[J]. 装备环境工程,2008,5(2):90—92.
 - [8] 刘向远. 岩溶隧道施工中地下水环境负效应评价指标体系研究[D]. 成都:西南交通大学,2007:35—48.
-
- (上接第115页)
- 参考文献:**
- [1] 任淑红,左洪福,白芳. 基于带漂移的布朗运动的民用航空发动机实时性能可性预测[J]. 航空动力学报,2009,24(12):796—2801.
 - [2] 周孝华. 一种股票价格行为模式的一般化[J]. 桂林电子工业学院学报,2000,20(4):95—99.
 - [3] 孙琳. 带漂移项分数布朗运动下的参数估计[J]. 统计与决策,2010,12:7—9.
 - [4] 徐润,吕玉华. 从 x 出发的漂移 Brownian Motion[J]. 数学杂志,2005,25(6):682—684.
 - [5] 汪文峰,杨建军. 装备故障率预测模型[J]. 装备环境工程,2007,4(5):75—77.
 - [6] 赵建忠,徐廷学,尹延涛,等. 基于改进 $GM(1,1)$ 模型的导弹备件消耗预测[J]. 装备环境工程,2012,9(3):48—51.