环境试验与评价

多点激励振动试验振前优化方法研究

邹学利,李宏民

(航天科工防御技术研究试验中心,北京 100854)

摘要:目的研究多点激励振动试验的振前优化方法。方法 提出一种基于传递函数的多点激励振动试验的 动态仿真方法,通过振前仿真可以实现试验方案和试验参数的优化。通过预试验获取传递函数矩阵,然后 以传递函数为仿真对象,以时域信号的卷积代替时域信号的驱动,最后模拟 MIMO 控制仪的控制过程形成 一套完整的仿真试验方法。结果 通过仿真结果和试验结果的对比,仿真精度较高,完全能够说明实际的试 验控制状态。结论 实际应用表明,通过振前仿真进行试验方案和控制参数的优化,有效减少了预试验的时 间和次数,达到了较好的控制效果。

关键词: 多点激励; 动态仿真; 振前优化; 时域随机化

DOI: 10.7643/ issn.1672-9242.2017.11.011

中图分类号: TJ01 文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2017)11-0052-07

Optimization Method before Starting Multi-point Excitation Vibration Test

ZOU Xue-li, LI Hong-min

(Aerospace Science & Industry Corp Defense Technology R&T Center, Beijing 100854, China)

ABSTRACT: Objective To study optimization method of multi-support excitation vibration test before starting the test. **Me-thods** A dynamic simulation method based on transfer function for multi-point excitation vibration test was proposed to achieve optimization of test scheme and control parameters by simulation before starting the test. The transfer function matrix was obtained by pre-test; then the transfer function was used as the simulation object. And the time-domain signal convolution was used to replace the time-domain signal drive. Finally, a complete set of simulation results with the experimental results, the simulation accuracy was high, which could fully explain the actual experimental control state. **Conclusion** The practical application shows that the optimization of test scheme and control parameters can effectively reduce the time and number of pre-test, and achieve better control results

KEY WORDS: multi-point excitation; dynamic simulation; optimization before vibration test; time domain randomization

随着航天产品对可靠性要求的提高,单轴单点激 励试验由于其特有的局限性逐渐无法满足试验需求。 比如试验推力不足、产品在试验过程中的模态响应特 性与真实环境差异较大、不能模拟多点输入的耦合特 性和相关性等,这些缺陷使单点激励试验不能真实地 模拟实际使用环境,多点激励试验的出现,有效弥补 了这些缺陷,因此越来越受到人们的重视。

多点激励振动试验与单点激励振动试验相比要

复杂的多,非线性因素较强,控制效果往往不够理 想。目前为了优化试验设计方案,都是通过预试验 的方式进行,由于试验前要进行多次预试验,浪费 大量的时间,同时试验次数增多,容易造成过试验。 为了减少试验时间和避免过试验的风险,文中提出 了一种动态仿真方法,通过振前仿真实现控制方案 和控制参数的优化,有效减少了预试验的次数,控 制效果较为理想。

收稿日期: 2017-07-07;修订日期: 2017-08-07

作者简介:邹学利(1973--),男,黑龙江人,硕士,高级工程师,主要研究方向为环境与可靠性。

1 仿真原理

试验的对象是产品,而仿真的对象是能够代表产 品动态特性的传递函数矩阵。传递函数矩阵的获取方 法有两种:有限元分析和预试验。有限元分析法可以 避免预试验对产品的疲劳积累,但获取的传函精度较 差,尤其是对于结构复杂的大型产品(比如全弹)。 预试验可以获得精度较高的传递函数,只要预试验的 量级选择适当,不会对产品造成太大的影响。文中以 应用最为广泛的方阵加限制控制为例说明仿真的基 本原理。

1.1 获取驱动频谱

仿真之前首先要进行预试验,并采集到输入(驱动)和输出(控制)的时间历程曲线。根据时间历程 曲线计算传递函数矩阵^[1-2]:

$$[H(f)] = [G_{\chi\chi}] \cdot [G_{\chi\chi}]^{-1}$$
⁽¹⁾

式中: [H(f)]为传递函数矩阵; $[G_{xx}]$ 为驱动信号 $\{X(f)\}$ 和响应信号 $\{Y(f)\}$ 的互功率谱矩阵; $[G_{xx}]$ 为驱动信号 $\{X(f)\}$ 的自功率谱矩阵。通过输入和输出的时域数据计算相应的自谱和互谱, 然后代入矩阵即可得 到 $[G_{xx}]$ 和 $[G_{rx}]$ 。

根据参考谱、相位和相干系数,计算参考谱矩阵, 参考谱矩阵的形式为:

$$[G_R] = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{n1}(\omega) & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$
(2)

式中: 对角线元素 S_{ii}(ω)(j=1,2,...,n)为控制点 j

的 参 考 谱 (自 功 率 谱); 非 对 角 线 元 素 *S_{jk}*(ω)(*j*≠*k,j,k*=1,2,...,*n*)为控制点*j*和控制点*k*之间的互 功率谱密度函数。

在获取参考谱矩阵后,需将参考谱矩阵转换成驱 动谱矩阵^[3-7],转换公式为:

 $[G_{X}] = [H(f)]^{-1} [G_{R}] ([H(f)]^{*T})^{-1}$ (3)

可以证明,参考谱矩阵与驱动谱矩阵具有相同的正 定性质,一般来说,参考谱矩阵是正定的,所以驱动谱 矩阵也是正定的^[7],故可以进行 Cholesky 分解^[8-11],即:

$$[G_X] = [K(f)][K(f)]^{*T}$$
(4)

其中: [*K*(*f*)]为下三角矩阵,且对角元素为正的 实函数。于是各激励点的驱动信号频谱可表示为:

$$X_m(f) = \sum_{j=1}^m s_j(f) k_{mj}(f) , \quad m = 1, 2, \cdots, n$$
 (5)

式中: $X_1(f)$, $X_2(f)$, …, $X_n(f)$ 为各驱动信号的 频谱, n为激励点的个数; $s_1(f)$, $s_2(f)$, …, $s_n(f)$ 是 一组相互独立且谱密度为 1、相位随机的白噪声信号 的频谱。

1.2 时域随机化

对式(5)所示的驱动频谱进行 IFFT 变换,得 到时域驱动信号,此时的时域信号是单帧伪随机信 号。由于伪随机信号具有周期性,时间历程较短且 不具有连续性,近似于高斯分布,必须对伪随机信 号进行时域随机化得到真随机信号,才能用来驱动 台体。时域随机化过程一般分为:随机抽头、重新 排列、加窗、延时、旋转和叠加。真随机信号的生 成过程见图 1。



图 1 真随机信号的生成过程

随机抽头过程就是从信号中随机抽取一个数据, 然后以此数据为起点对信号进行重新排列,排列完成 后进行加窗处理,一般为半正弦窗。现假设有一离散 伪随机信号 w(t),进行 m 次相互独立的抽头、排列和 加窗过程,生成 m 个新信号 w₁(t),w₂(t),...,w_m(t), 然后对这些信号进行延时和叠加,最后形成真随机信 号 w'(t):

$$w'(t) = \sum_{k=1}^{m} w_k [t - (k-1)T/2]$$
(6)

1.3 获取控制点的时域响应信号

随机化后的时域信号可用于直接驱动振动台进 行试验,在仿真程序中可用时域卷积代替时域驱动。 在频域输入与输出的关系可用式(7)表示: (7)

 $\{Y(f)\} = [H(f)]\{X(f)\}$

式中: {X(f)} 为驱动频谱, {X(f)} = { $X_1(f), X_2(f), \dots, X_n(f)$ }^T; {Y(f)} 为控制点的响应频谱, {Y(f)} = { $Y_1(f), Y_2(f), \dots, Y_n(f)$ }^T, 对上式两边同时进行傅立叶反变换:

 $\{y(t)\} = [h(t)] \cdot \{x(t)\}$ $\tag{8}$

式中: {x(t)}为时域驱动信号,是{X(f)}的傅立叶 反变换; {y(t)}为控制点的时域响应信号,是{Y(f)}的 傅立叶反变换; [h(t)]为单位冲击响应矩阵,是[H(f)]的 傅立叶反变换。[h(t)]·{x(t)}表示[h(t)]和{x(t)}的卷积。

1.4 闭环控制

计算各控制点的自谱,控制点之间的互谱,得到响应谱矩阵[G_c]。与参考谱矩阵进行比对获取误差矩阵:

 $[E_{\rm c}] = [G_{\rm R}] - [G_{\rm c}] \tag{9}$

误差矩阵是进行误差补偿的基础。对于一个闭环 控制系统,误差补偿方法是决定控制效果好坏的重要 因素。在多轴振动试验系统的控制过程中,误差补偿 是通过修正下三角矩阵实现的。

修正量按两种形式计算^[12-13]。一种形式用于受影响 的功率谱等于或小于它们各自的参考谱。当受影响的功 率谱超过它们各自的参考谱时,使用第二种形式。

第一种修正方式,不仅修正幅值,也修正相位。 修正量通过解以下方程得到:

 $[\Delta][K(f)]' + [K(f)][\Delta]' = [E_c]$ (10)

式中: [Δ]为下三角矩阵, [Δ]= [Δ_{ij}] (*i*≥*j*), 是待 求修正量。

[4]的解是:

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{1} = \frac{E_{11}}{2k_{11}} \\ \mathcal{A}_{j1} = \frac{E_{j1} - \mathcal{A}_{1}k_{j1}}{k_{11}} \\ \mathcal{A}_{jj} = \frac{E_{jj} - \sum_{i=1}^{j-1} (\mathcal{A}_{ji}k_{ji}^{*} + \mathcal{A}_{ji}^{*}k_{ji})}{2k} \\ j = 2, 3, \cdots, n \end{cases}$$

$$\Delta_{jk} = \frac{E_{jk} - \Delta_{kk} k_{jk} - \sum_{i=1}^{k-1} (\Delta_{ki}^* k_{ji} + \Delta_{ji} k_{ki}^*)}{k_{ij}} \qquad j = k+1, \cdots, n$$

第二种修正方法由式(12)建立:

$$\Delta_{ij} = \frac{k_{ij}^{\text{old}} E_{jj}}{2iG_{ii}}$$
(12)

式中: k_{ij}^{old} 是下三角矩阵[K(f)]上一次修正后的第 *i* 行第 *j* 列上的元素, G_{ij} 是参考谱矩阵[G_{R}]的第 *j* 行第 *j* 列上的元素。第二种修正方式只修正幅值不修正相位。

在获得修正矩阵[4]后,可按式(13)更新三角

矩阵:

[
$$K_{\text{new}}(f)$$
] = [$K_{\text{old}}(f)$] + [Δ] (13)
通过式 (13) 再新驱动频逆后 反傳到式 (5)

通过式(13)更新驱动频谱后,反馈到式(5) 进行闭环控制。

1.5 限制通道

在限制通道的响应谱不超过限制参考谱时,限制 通道不起任何作用;当限制通道的某一频段达到或超 过限制参考谱时,限制通道的该频段将参与控制。因 此在计算驱动对控制点的传函矩阵的同时,还需要计 算驱动对限制点的传函矩阵。限制通道只控制幅值, 不控制相干和相位,因此在进行闭环控制时仍以控制 点响应谱矩阵计算驱动谱或更新驱动谱,但同时根据 限制点响应谱超过限制参考谱的量(差值)以及限制 点的传函矩阵计算幅值压缩比,对该频段的驱动谱幅 值进行压缩。仿真流程如图 2 所示。





限制通道的响应谱矩阵为:

$$[G_1] = [H_1(f)] \cdot [G_X] \cdot [H_1(f)]^{*T}$$
(14)

式中:[*G*₁]为限制通道的响应谱矩阵;[*G*_x]为驱动 谱矩阵;[*H*₁(*f*)]为驱动对限制的传递函数矩阵。对于响 应谱大于限制参考谱的频段按式(15)计算压缩比:

$$d_{j}(f) = \frac{G_{jj}(f)}{g_{jj}(f)} (j = 1, 2, \dots, n)$$
(15)

式中: *d_j(f*)为压缩比; *G_{jj}(f*)为限制通道 *j* 的参考谱; *g_{ij}(f*)为限制通道 *j* 的响应谱; *n* 为限制通道的数量。

2 方法验证

(11)

针对某型号弹分别进行仿真和多点激励试验,并

通过对仿真结果和实际振动结果的对比,来验证上述 仿真算法的可行性。

2.1 试验简介

某型弹全弹振动试验如图 3 所示,给出了激励点和吊装点的位置,及传感器的粘贴位置,共选择了 10 个测点。其中测点 4 和 8 为控制点,测点 1,2,3,5,6,10 为限制点,测点 7 和 9 为测量点。

控制参考谱为: 20~80 Hz, 3 dB/oct; 80~350 Hz, 0.01 g²/Hz; 350~2000 Hz, -3 dB/oct; 限制谱 为: 20~80 Hz, 3 dB/oct; 80~350 Hz, 0.04 g²/Hz; 350~2000 Hz, -3 dB/oct。

控制参数:相位为 0、相干系数为 0.90、自由度 为 120、谱线数为 2048 (2000 Hz 内为 800 线)。

为了便于比较,仿真与实际振动所选的参数完全 一致。在进行仿真前,首先要进行预试验,预试验量 级为实际振动量级的-12 dB。通过预试验采集各个





图 3 某型号弹全弹振动试验

测点的时域数据,作为仿真的输入。

2.2 仿真结果与实振结果的对比

以预试验采集的时域数据为输入进行仿真,并将 仿真结果与实际振动结果进行对比。图 4 为仿真结果 与实振结果控制谱的比较,图 5 为仿真结果与实振结 果限制谱的比较,表 1 列出了仿真结果与实振结果的 均方根值。



图 4 控制通道仿真结果和实振结果的比较



图 5 限制通道仿真结果和实振结果的比较

表 1 仿真与实际振动的均方根值比较

通道	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
仿真结果	0.49	0.81	0.77	0.66	0.61	0.33	0.45	0.67	0.65	0.94
实振结果	0.95	0.85	0.79	0.67	0.64	0.34	0.46	0.64	0.72	0.97

从图 4 可以看出, 仿真与实振控制谱的一致性较 好,下凹点的下凹程度略有不同, 但对应的频率点相 同, 说明了限制谱参与控制的频率段是一致的。相干 系数和相位的控制结果在个别频率点上的差异略大 一些, 说明这两个参数在实际振动中不容易控制, 而 仿真过程对其控制要容易一些, 事实上更关心的是各 通道的响应谱密度, 因此这种差异是可以接受的。从 图 5 可以看到, 除了 1 通道外, 其他限制通道响应谱 的仿真结果与实振结果非常吻合。1 通道的差异较大, 主要是实际振动中 1 通道的响应超出了限制谱, 而仿 真中 1 通道的响应得到了很好的抑制, 这也是仿真环 境较好的原因。除了定性分析外, 还可以对均方根值 进行定量分析, 见表 1。通过对表 1 中均方根值的比 较可以发现, 除了 1 通道差异较大外, 其他通道均具 有很好的一致性。

通过分析可知,仿真结果与实振结果比较吻合, 仿真算法是可行的,仿真结果对实振过程具有一定的 预测性。

3 振前优化的判定准则

主要对以下几方面进行仿真优化:控制点的选择;限制点的选择;功率谱密度估计的谱线数和统计 自由度;控制点相干函数和相位关系。

振前优化的判定准则:

1)控制谱的峰值响应不超过 6 dB,超过 3 dB 的 带宽不超过总带宽的 10%。多点激励下,由于控制 算法的复杂性,很难保证控制谱不出现超差情况,所 以超差现象不是很严重时是可以接受的。

2)限制响应谱的最大值没有超出规定的限制谱。 一般要求限制点的峰值不超过限制谱,如果受传递特 性限制所有方案都超出了限制谱,则以超出量的大小 和超出带宽作为判定准则。

3)均方根值检查。总均方根加速度是振动能量 大小(平均功率)的体现,通过分析总均方根值可以 对各通道的能量分布提出要求。由于振动系统产生的 振动都是零均值的振动,所以均方根值与统计学中的 方差等效,体现了振动能量的集中程度,均方根值越 小,振动能量越集中(集中在均值附近)。因为均值 为0,所以振动的大部分时间瞬时值都比较小,出现 大瞬时值的概率较低。相反,均方根值越大,振动能 量越分散,振动瞬时值偏大的概率较高。 由于均方根值与振动对产品的破坏程度直接相关,因此对均方根值必须提出限制,作为优化结果的 判据之一。主要考虑以下几点。

1)各检测点的响应总均方根值不超过其参考谱 均方根值的2倍(6 dB)。这一点规定了各检测点的 振动能量不得超过要求值的2倍,否则可能对产品造 成较严重的破坏。

2)系统振动的总能量与设定值的偏离程度。系统振动总能量与设定值的偏离程度用 λ₁^[14]来表示,计 算公式为:

$$\lambda_1 = \frac{G_1 - G_2}{G_2} \tag{16}$$

式中: *G*₁ 为系统振动的总能量,数值上等于各 检测点均方根值的平方和(不能用均方根值的总和, 因为均方根值的平方具有能量的概念,可以进行加减 运算,但均方根值不具有能量的概念,不能直接进行 加减);*G*₂为总能量的设定值,数值上等于各检测点 参考谱均方根值的平方和。λ₁>0为正偏离,表示过试 验;λ₁<0为负偏离,表示欠试验。

根据定义可知, |*λ*₁|值越小, 总能量越接近于设定 值, 控制效果越好, 所采取的方案越好。

 3)能量分布均匀度。能量分布均匀度用 λ₂^[14]来 表示,计算公式为:

$$\lambda_{2}^{(i)} = \left| \frac{g_{i}^{d} - g_{i}^{c}}{g_{i}^{c}} \right| \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$
(17)

式中: $\lambda_{2}^{(i)}$ 表示各检测点的振动能量与设定值的 偏离程度,每一个检测点对应一个 $\lambda_{2}^{(i)}$; g_{i}^{d} 为各检测 点响应谱的均方根值; g_{i}^{c} 为各检测点参考谱的均方根 值;n为检测点的数量。

 $\lambda_{2}^{(i)}(i=1,2,...,n)$ 值越小,该检测点的振动能量越接近设定值,作为整体振动效果的判定,一般用 $\lambda_{2}=\{\lambda_{2}^{(i)}\}'$ 的标准差来表示:

$$\sigma(\lambda_2) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} [\lambda_2^{(i)} - E(\lambda_2)]^2}$$
(18)

式中: $E(\lambda_2)$ 表示 λ_2 均值, $E(\lambda_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^{(i)}$;标准

优化结果的判定准则较多,但式(18)给出了振 动均匀度的度量,因此在众多判定准则中,其重要性 是不可替代的,应该优先考虑。

g

• 57 •

4 仿真优化案例

该案例仍然针对图 3 所示某型号弹的多点激励 试验,通过仿真对其控制点、限制点、谱线数、统计 自由度和相干函数进行优化。表 2 给出了 10 组方案 (通过任意组合,还可以给出很多控制方案,这里选 择了几个典型的方案),分别对每一组方案进行仿真 分析,并对比仿真结果,选出最优方案作为最终的试 验方案。

试验中没有超差现象(包括控制谱和限制谱), 优化的主要依据是均方根值。对 10 组方案的仿真结 果进行分析,并计算 λ₁ 和 λ₂ 的值,列于表 3。值得注 意的是,因为限制谱不是设定谱,只起限制某些关键 点在个别频率段的过试验程度不超过规定值的作用。 因此在计算 λ₁时,限制通道的设定能量用控制参考谱 计算,而不是用限制谱计算。

方案	控制点	限制点	相干系数	相位	谱线数	自由度
1	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.95	0	2048	120
2	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.95	0	2048	150
3	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	2048	120
4	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	2048	150
5	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	1024	120
6	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.95	0	2048	120
7	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.95	0	2048	150
8	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	2048	120
9	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	2048	150
10	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	1024	120

表 2 仿真方案

表 3 入值和入值比较

方	各通道的 λ ₂ ⁽ⁱ⁾ 值									2	$\sigma(\lambda)$	
案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	74	$O(n_2)$
1	0.40	0.06	0.04	0.12	0.20	0.56	0.40	0.12	0.16	0.22	-0.166	0.1706
2	0.45	0.09	0.03	0.15	0.25	0.51	0.45	0.14	0.17	0.20	-0.163	0.1673
3	0.32	0.08	0.05	0.13	0.20	0.54	0.42	0.15	0.14	0.17	-0.168	0.1575
4	0.33	0.03	0.06	0.10	0.27	0.56	0.43	0.15	0.18	0.13	-0.172	0.1715
5	0.29	0.04	0.01	0.11	0.28	0.59	0.44	0.13	0.15	0.15	-0.170	0.1828
6	0.40	0.05	0.02	0.12	0.20	0.57	0.40	0.12	0.16	0.22	-0.166	0.1764
7	0.28	0.04	0.01	0.13	0.21	0.57	0.44	0.15	0.15	0.17	-0.170	0.1735
8	0.32	0.04	0.12	0.04	0.16	0.58	0.41	0.11	0.18	0.18	-0.168	0.1729
9	0.34	0.04	0.01	0.13	0.20	0.58	0.44	0.15	0.19	0.19	-0.180	0.1775
10	0.32	0.06	0.02	0.12	0.19	0.58	0.41	0.15	0.09	0.23	-0.165	0.1744

由于限制通道的存在,试验过程中某些频率段出 现欠试验现象,所以计算得到的 λ_1 值都为负值。每组 方案的 $|\lambda_1|$ 值变化不是很大,最大变化率为 9.4%,其 中方案 9 的 $|\lambda_1|$ 值比较突出,属于个例,如果剔除方案 9 的影响, $|\lambda_1|$ 值的最大变化率只有 5.2%,因此优先 考虑标准差。标准差 $\sigma(\lambda_2)$ 的最大变化率为 14%,方 案 3 的 $\sigma(\lambda_2)$ 值最小,说明能量分布最均匀,且方案 3 的 $|\lambda_1|$ 值也不是很大,综合考虑最后将方案 3 作为最 优方案,并开展了正式试验,取得了预期的试验效果。

5 结语

文中提出了一种多点激励振动试验的动态仿真

方法,并通过某型号弹的全弹振动试验的预试验数 据,进行了振前仿真,并将仿真结果与实振结果进行 比较。通过比较分析可知,仿真结果与实振结果比较 吻合,仿真算法是正确的,仿真结果对实振过程具有 一定的预测性。

在具备了仿真能力后,利用仿真的手段对多点激励振动试验的控制点、限制点、谱线数、自由度和相干函数等一系列影响试验效果的因素进行了振前仿 真优化,并根据判定准则,选择了最优方案进行正式 试验,取得了令人满意的试验结果。在以前,这些工 作都是通过预试验进行的,因此,利用仿真手段可有 效减少预试验的次数,避免过应力对产品造成的损 伤,也减少了试验费用,节约了试验成本。

参考文献:

- [1] 樊世超, 冯咬齐. 多维动力学环境模拟试验技术研究[J]. 航天器环境工程, 2006, 23(1): 23-28.
- [2] 贺旭东,陈怀海,申凡,等. 多点简谐振动响应控制下的频响矩阵测试[J].航空学报,2006,27(5):869-872.
- [3] PATE J, TESSIER E D. Multi Shaker Testing of Laege Test Specimen[C]// Proc 62nd Shock Vib. Symp,1991.
- [4] 陈循, 温森. 多轴随机激励振动控制技术研究[J]. 国防 科技大学学报, 2000, 22(1): 65-68.
- [5] 张晓洁,李政.一种基于振动应力变换的加速试验方 法研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2015, 33(1): 20-23.
- [6] 刘学良, 翟国栋, 梁子豪. 基于 Workbench 研究变位系数对齿轮振动特性的影响[J]. 包装工程, 2016, 37(15): 156-161.
- [7] 高贵福, 王刚, 赵保平. 一种新的多维随机振动试验控

制算法一矩阵微分法[J]. 强度与环境, 2008, 35(5): 38-42.

- [8] 陈章位,周建川,陈家焱. 多轴振动试验控制技术研究[J]. 汽车零部件, 2010(8): 73-75.
- [9] 贺旭东,陈怀海.一种多点随机振动试验控制的新方 法研究[J]. 振动工程学报,2004,17(1):49-52.
- [10] 吴家驹, 荣克林. 多维振动环境试验方法[J]. 导弹与航 天运载技术, 2003(4): 27-32.
- [11] 赵保平, 王刚, 高贵福. 多输入多输出振动试验应用综述[J]. 装备环境工程, 2006, 3(3): 25-32.
- [12] 马红卫. 随机振动试验中确定控制点布置方案的方法 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2015, 33(3): 26-30.
- [13] SMALLWOOD D O. Multiple Shaker Random Control with Cross Coupling[C]// Proceedings of the IES, 1978.
- [14] 王光芦, 徐明. 飞机外挂可靠性试验中 MIMO 振动响 应控制仿真研究[J]. 航天器环境工程, 2009, 26(1): 51-55.