

Fluid30 单元在同轴圆柱壳固有特性 计算中的适用性分析

徐建航, 杨翊仁

(西南交通大学, 成都 610031)

摘要: **目的** 分析 Fluid30 单元用于内侧含环形间隙流体同轴圆柱壳固有特性计算的适用性。**方法** 针对内侧含环形间隙流体的同轴圆柱壳模型, 分别基于“Fluid30 单元”和“理论流体附加质量”对壳体固有特性进行分析。通过变间隙宽度对比计算, 探究壳体固有特性随无量纲半径比的变化规律, 分析波动方程离散化对计算结果的影响, 判定 Fluid30 单元的适用范围。**结果** 半径比与固有频率之间呈非线性关系, 半径比越小, 壳体固有频率越低, 固有频率随半径比变化率越大。波动方程离散化引起的误差随半径比减小而增大, 以相对误差 10% 作为 Fluid30 单元适用性判别标准, (1,2)壳式频率对应的临界半径比为 1.20, (1,3)壳式频率对应的临界半径比为 1.03, 其他壳式频率对应的临界半径比小于 1.001。**结论** 不同阶频率的 Fluid30 单元适用范围不同, 当半径比小于临界值时, 相关频率应基于理论流体附加质量迭代计算。

关键词: 同轴圆柱壳; 固有特性; Fluid30 单元; 适用性

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2019.02.021

中图分类号: O357 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2019)02-0101-06

Applicability Analysis of Fluid30 Element for Calculation of Dynamic Characteristics of Coaxial Cylindrical Shell

XU Jian-hang, YANG Yi-ren

(Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

ABSTRACT: Objective To analyze the applicability of the Fluid30 element for calculation of dynamic characteristics of a coaxial cylindrical shell model with inner annular gap fluid. **Methods** For the coaxial cylindrical shell model with inner annular gap fluid, the vibration characteristics of the shell were analyzed based on the "Fluid30 element" and the "theoretical fluid additional mass" respectively. Contrast calculations of variable gap width were carried out to explore the variation of the vibration characteristics of shell with no-dimensional radius ratio, analyze the influence of the discretization of Wave-Equation on the calculation results, and determine the suitable range of Fluid30 element. **Results** There was a nonlinear relationship between the radius ratio and the natural frequency; the smaller the radius ratio, the lower the natural frequency of the shell and the greater the change rate of the natural frequency with the radius ratio; the error caused by the discretization of the wave-equation increased with the decrease of the radius ratio; the relative error 10% was used as the criterion of fluid30 element applicability, the corresponding critical radius ratio of the (1,2) shell frequency was 1.2, the critical value of (1,3) shell frequency was 1.03 and the critical value of other shell frequency was less than 1.001. **Conclusion** The application range of Fluid30 element for different

收稿日期: 2018-11-23; 修订日期: 2018-12-13

基金项目: 国家自然科学基金 (11772273);

作者简介: 徐建航 (1992—), 男, 山东日照人, 博士研究生, 主要研究方向为流固耦合动力学。

通讯作者: 杨翊仁 (1959—), 男, 江西东乡人, 博士, 教授, 主要研究方向为流固耦合动力学。

order frequencies is different. When the radius ratio is less than the critical value, the correlation frequency should be calculated by iterative method based on the theoretical fluid additional mass.

KEY WORDS: coaxial cylindrical shell; vibration characteristics; Fluid30 element; applicability

吊篮组件是反应堆的核心部件,吊篮与压力容器、重反射层均构成含环形间隙流体的同轴圆柱壳结构。静液环境吊篮组件固有特性分析是反应堆安全评估中非常重要的组成部分。对于同轴圆柱壳结构,环形间隙流体引起的附加质量是影响结构固有特性的重要因素,流体附加质量的准确性会直接影响壳体固有特性的计算精度。

S S Chen^[1]、R J Fritz^[2]、M K Au-Yang^[4]、T T Yeh^[5]等学者针对同轴圆柱壳之间的环形间隙流体引起的附加质量进行了理论研究,导出了理论流体附加质量解析表达式。在满足基本假设的前提下,理论流体附加质量是准确可信的。当前文献中,用于推导流体附加质量的流体模型主要分为无粘不可压缩流体、有粘不可压缩流体和无粘可压缩流体三类,推导过程中引入的壳体变形假设主要分为梁式变形假设和壳式变形假设。其中基于无粘可压缩流体和有粘可压缩流体得到的附加质量解析表达式中含频率项,需通过迭代计算求各阶频率值,计算过程较为繁琐。Ho Chung 等^[8]采用实验方法,针对外侧含环形间隙流体的悬臂圆柱壳模型,探讨了间隙宽度对壳体固有特性的影响。董宇^[10]等针对外侧含环形间隙流体的悬臂开口圆柱壳模型,分别基于 Fluid30 和壳体频率解析解进行了变间隙宽度对比计算,给出了 Fluid30 单元在该模型中的适用范围。由于间隙宽度变化区间较窄,未完整揭示壳体频率随间隙宽度变化规律。

当前实际工程中,静液环境复杂结构固有特性分析多基于商用有限元软件完成^[11-13]。在应用最广泛的 ANSYS 中,流体由 Fluid30 模拟,软件自动构造耦合方程组并求解,计算分析过程较为简单。Fluid30 单元对应的流体模型为无粘可压缩流体,控制方程为波动方程。相较于理论流体附加质量,Fluid30 单元本质上是采用离散波动方程计算流体附加质量。波动方程的离散化必然会影响附加质量的准确性,进而影响结构固有特性的计算精度。当前文献均未对波动方程离散化引起的误差和 Fluid30 单元的适用性等问题进行深入分析。

文中针对内侧含环形间隙流体同轴圆柱壳模型,分别基于 Fluid30 单元和流体附加质量进行了变间隙宽度对比计算。通过严格的理论流体附加质量选取和模型设计,保证两种方法计算值之间的误差仅由波动方程的离散化引起。根据对比计算结果,一方面揭示壳体频率随间隙宽度的完整变化规律;另一方面,分析波动方程离散化对计算结果的影响,判断 Fluid30 单元模拟环形间隙流体的适用范围,为 Fluid30 单元

的实际工程应用提供参考依据。

1 理论流体附加质量

为保证两种方法计算值之间的差异仅由波动方程的离散化引起,对于理论流体附加质量的选取有以下三点要求。

1) 理论流体附加质量应基于无粘可压缩流体导出。基于不同流体模型得到的流体附加质量本身存在差异,特别是当间隙宽度较小时,附加质量差异较大^[14]。因 Fluid30 单元对应的流体模型为无粘可压缩流体,故要求理论流体附加质量同样基于无粘可压缩流体导出。

2) 理论流体附加质量基本假设应包含壳式变形假设。短粗圆柱壳模型的低阶模态主要为壳式模态,基于壳体梁式变形假设导出的理论流体附加质量用于壳式频率计算必然会引起较大误差。因此为保证壳式频率计算值的准确性,理论流体附加质量应基于壳式变形假设导出。

3) 流体附加质量应有实验验证。

基于上述三点要求,选择 M K Au-Yang^[4]推导的理论流体附加质量用于后续对比计算。M K Au-Yang 将重反射层、吊篮和压力容器简化为有限长浸水同轴圆柱壳模型,分别对应 A 壳、B 壳和刚性壁面,如图 1 所示。基本假设包括:流体域 I、II、III 内的流体性质相同,均为无粘可压缩流体;A 壳和 B 壳均为弹性壳体,两端均为简支边界。

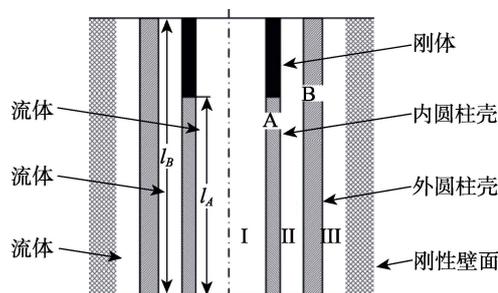


图 1 堆内构件简化模型

无粘可压缩流体的控制方程为波动方程:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad p = p(r, \phi, z, t) \quad (1)$$

两端简支圆柱壳的壳式振型函数为:

$$\Psi(\phi, z) = (2/\pi z l)^{1/2} \sin(m\pi z/l) \cos(n\phi) \quad (2)$$

式中: ϕ 为环向坐标; z 为轴向坐标; l 为圆柱壳长度。

采用分离变量法、假设振型法和振型叠加法对波动方程进行推导, 借助耦合边界条件定解压强 p , 进而导出作用于 A 壳和 B 壳的流体附加质量。基于 M K Au-Yang 给出的结果, 通过进一步推导得到 A 壳为刚体时, B 壳内侧含环形间隙流体作用于 B 壳的流体附加质量解析表达式为:

$$M_{\alpha}^{\text{IIB}} = \rho_w \Delta_n'(\chi_m^{\text{B}} b_1, \chi_m^{\text{B}} a) \left[\chi_m^{\text{B}} \Delta_n''(\chi_m^{\text{B}} b_1, \chi_m^{\text{B}} a) \right]^{-1} \quad (3)$$

式中: α 为振型标识, $\alpha=(m,n)$ 。

$$\chi_m^{\text{B}} = (k_m^{\text{B}2} - k^2)^{1/2} \quad k_m^{\text{B}} = m\pi / l_{\text{B}} \quad k = \omega / C$$

$$\begin{cases} \Delta_n'(\chi_m^{\text{B}} b_1, \chi_m^{\text{B}} a) = \\ I_n(\chi_m^{\text{B}} b_1) K_n'(\chi_m^{\text{B}} a) - I_n'(\chi_m^{\text{B}} a) K_n(\chi_m^{\text{B}} b_1) \\ \Delta_n''(\chi_m^{\text{B}} b_1, \chi_m^{\text{B}} a) = \\ I_n'(\chi_m^{\text{B}} b_1) K_n'(\chi_m^{\text{B}} a) - I_n''(\chi_m^{\text{B}} a) K_n(\chi_m^{\text{B}} b_1) \end{cases} \quad (4)$$

其中: I_n 为 n 阶第一类修正 Bessel 函数; K_n 为 n 阶第二类修正 Bessel 函数; $I_n'(\chi_m^{\text{B}} a)$ 为 $I_n(x)$ 关于 x 的导数在 $\chi_m^{\text{B}} a$ 处的值, $K_n'(\chi_m^{\text{B}} a)$ 为 $K_n(x)$ 关于 x 的导数在 $\chi_m^{\text{B}} a$ 处的值;

基于 Bessel 函数递推公式求修正 Bessel 函数的导数值:

$$I_n'(x) = \frac{1}{2} [I_{n-1}(x) + I_{n+1}(x)]$$

$$K_n'(x) = -\frac{1}{2} [K_{n-1}(x) + K_{n+1}(x)] \quad (5)$$

式 (1) — 式 (5) 中各参数含义见表 1。

表 1 参数含义

参数	含义	参数	含义	
振型参数	m	轴向半波数	a	A 壳外半径
	n	环向半波数	b_1	B 壳内半径
	ω	固有圆频率	l_{B}	B 壳高度
流体参数	C, ρ_w	流体声速、流体密度	h_{B}	B 壳厚度

分析式 (3)、(4) 可知, 流体附加质量 M_{α}^{IIB} 通过 χ_m^{B} 与固有频率 ω 相关, 因此基于式 (3) 计算壳体固有频率时, 需进行迭代计算。另外, 因流体附加质量表达式与振型参数 (m,n) 相关, 故对每一阶频率都需进行一次迭代计算。为减少迭代步数, 以基于 Fluid30 单元得到的固有频率值 $f_{\text{fluid30}}(m,n)$ 作为迭代初值进行迭代, 当前后两次计算值相对修正量小于 0.1% 时, 终止迭代并输出当前计算值 $f_{\text{fluid30}}(m,n)$, 迭代计算流程如图 2 所示。

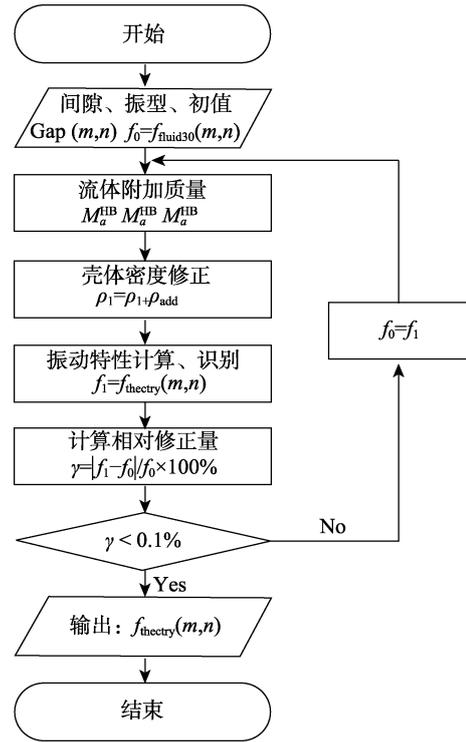


图 2 迭代计算流程

2 计算模型和计算工况

2.1 计算模型

吊篮由上部法兰、中部筒体、出水口管嘴和下部底板组成。吊篮筒体上端由法兰约束, 下端由底板约束, 分别与重反射层、压力容器构成同轴圆柱壳结构。基于此, 文中设计了内侧含环形间隙流体两端筒支圆柱壳模型用于对比计算。圆柱壳模型对应于吊篮筒体, 壳体两端均简化为筒支边界, 如图 3 所示。基于控制变量的原则, 同轴圆柱壳内壳体简化为刚性壁面, 以保证计算值的有效对比性。内侧含间隙流体圆柱壳计算模型和有限元模型如图 4 和图 5 所示。

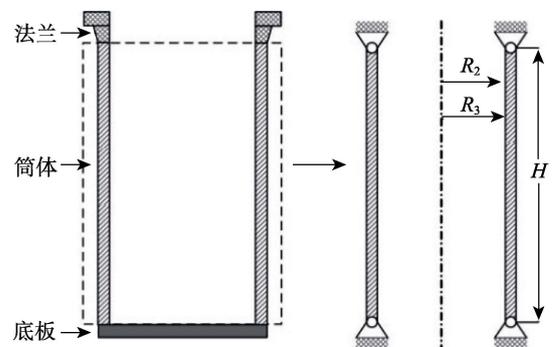


图 3 圆柱壳模型

2.2 计算工况

针对该模型设计了 12 个计算工况, 其中 R_1 为变

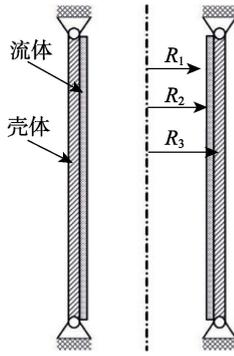


图4 计算模型

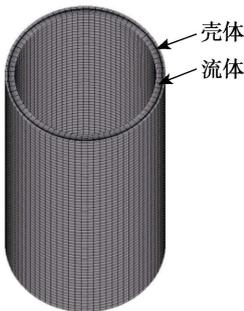


图5 有限元模型

量，壳体半径 R_2 、 R_3 为常值，无量纲半径比 R_2/R_1 由 1.001 增大到 4.696，见表 2。壳体采用 Solsh190 单元划分映射网格，所有计算工况壳体有限元模型均相同。基于理论流体附加质量计算壳体固有特性时，附加质量采用式 (3) 计算，式中的 a 、 b_1 对应于图 4 中的 R_1 、 R_2 。流体附加质量以修正壳体密度的方式附加到壳体上，按照图 2 所示流程进行迭代计算。

表2 计算工况

工况编号	R_1/mm	R_2/mm	间隙宽度/mm	R_2/R_1
Case-01	348.9	349.4	0.5	1.001
Case-02	348.4	349.4	1.0	1.003
Case-03	344.4	349.4	5.0	1.015
Case-04	334.4	349.4	15.0	1.045
Case-05	319.4	349.4	30.0	1.094
Case-06	299.4	349.4	50.0	1.167
Case-07	274.4	349.4	75.0	1.273
Case-08	244.4	349.4	105.0	1.430
Case-09	209.4	349.4	140.0	1.669
Case-10	169.4	349.4	180.0	2.063
Case-11	124.4	349.4	225.0	2.809
Case-12	74.4	349.4	275.0	4.696

2.3 模型参数

壳体尺寸：内半径 $R_2=349.4$ mm，外半径 $R_3=361.4$ mm，高度 $H=1545$ mm。结构材料属性： $E=1.97 \times 10^{11}$ Pa， $\nu=0.3$ ， $\rho_s=7850$ kg/m³。流体材料属

性：密度为 $\rho_w=1000$ kg/m³， $C=1400$ m/s。

3 对比计算

首先，基于 Fluid30 单元进行变间隙宽度对比计算，采用 Unsymmetric 算法求解耦合方程组，提取前 6 阶壳式频率。在此基础上，对流体域进行变网格密度对比计算，网格密度增加 1 倍，固有频率相对改变量小于 0.5% 时，认为当前计算值准确。

其次，基于理论流体附加质量进行变间隙宽度对比计算，以基于 Fluid30 单元的计算值作为迭代初值，根据附加质量计算值修正壳体密度，并采用 Block Lanczos 算法求解耦合方程组，同样提取前 6 阶壳式频率。前 6 阶频率对应的 (m,n) 值分别为：(1,2)、(1,3)、(1,4)、(2,2)、(2,3)、(2,4)。

4 结果分析

文中分别基于 Fluid30 单元和理论流体附加质量进行对比计算，两种方法采用的壳体模型和流体模型完全相同，流体控制方程均为波动方程。其中，波动方程离散化是导致两种方法计算结果存在差异的根本原因。

为探究壳体固有特性随间隙宽度的变化规律，以无量纲内外壳半径比为自变量，绘制壳体固有频率随半径比变化曲线，如图 6 所示。其中图 6a 为完整变化曲线，图 6b 为 $R_2/R_1 \in (1.0,1.5)$ 的局部放大图。为分析波动方程离散化对计算结果的影响，判断 Fluid30 单元适用范围，以基于理论流体附加质量的计算值为基准，绘制相对误差随半径比变化曲线，如图 7 所示。相对误差计算公式为：

$$\delta = (f_{\text{fluid30}} - f_{\text{theory}}) / f_{\text{theory}} \times 100\% \quad (6)$$

同时，以相对误差 10% 作为 Fluid30 单元适用性判别标准，相应的半径比称为“临界半径比”。当半径比大于临界值时，波动方程离散化引起的误差较小，Fluid30 适用于同轴圆柱壳固有特性计算；当半径比小于临界值时，波动方程离散化引起的误差过大，应基于理论流体附加质量计算壳体固有特性。

由图 6 可知，半径比越小，壳体固有频率越低，流体附加质量越大，两种方法得到的计算结果均满足此规律； $R_2/R_1 \in (1.0,1.5)$ 时，半径比的微小变化对壳体固有频率有显著影响，半径比与固有频率之间呈非线性关系，半径比越大，固有频率增长率越小； $R_2/R_1 \in (1.5,2.5)$ 时，半径比对壳体固有频率的影响不明显，固有频率随半径比增加而缓慢增大； $R_2/R_1 > 2.5$ 时，各阶频率近似为常值，半径比变化对壳体频率几乎无影响。

由图 7 可知，当 $R_2/R_1 > 2.5$ 时，由波动方程离散化引起的相对误差为常值，且均小于 10%；当

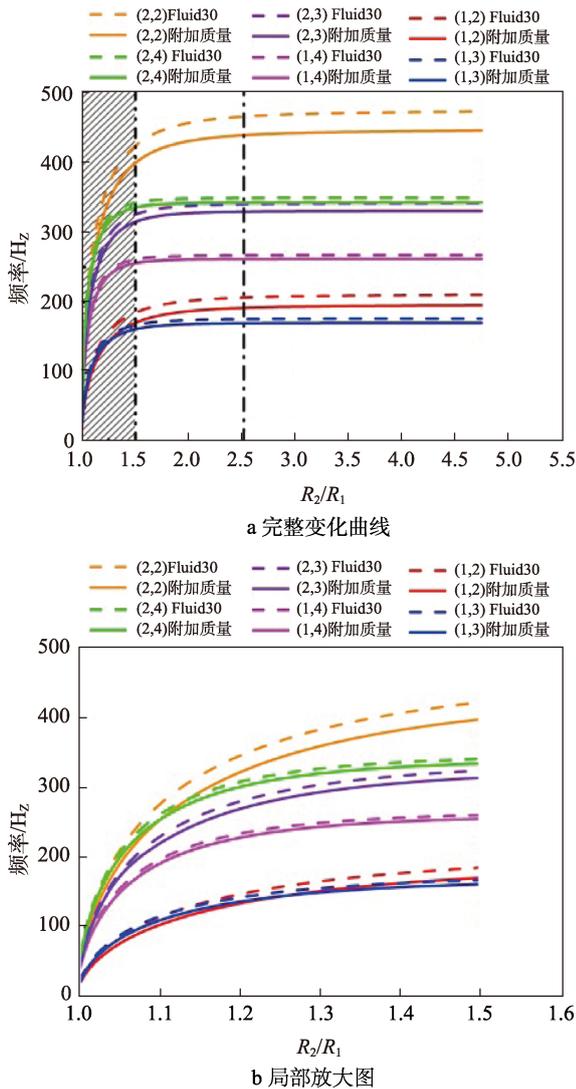


图 6 内侧含环形间隙流体圆柱壳计算结果

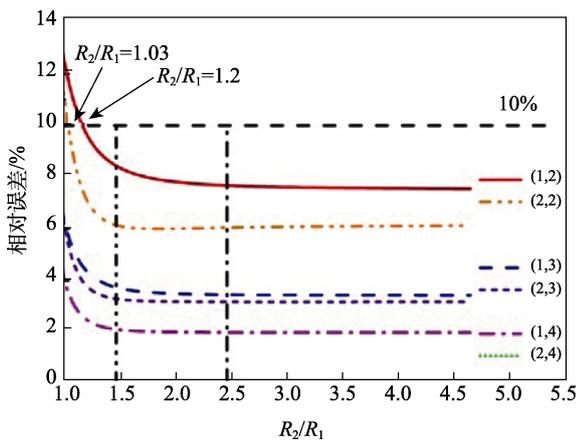


图 7 相对误差随半径比变化曲线

$R_2/R_1 \in (1.5, 2.5)$, 相对误差随半径比减小而缓慢增大; 当 $R_2/R_1 \in (1.0, 1.5)$ 时, 波动方程离散化引起的误差随半径比减小而迅速增大, 并导致(1,2)和(1,3)壳式频率相对误差超过 10%。以相对误差 10%作为适用性判别标准, 各阶频率对应的临界半径比不同, (1,2)、(1,3)

壳式频率对应的临界半径比分别为 1.2、1.03, 其他四阶频率对应的临界半径比小于 1.001。

因此, 对于内侧含环形间隙流体两端简支圆柱壳, 为保证基于 Fluid30 单元的固有频率计算值的准确性: $R_2/R_1 \in (1.20, \infty)$ 时, Fluid30 单元适用于计算前六阶频率; $R_2/R_1 \in (1.03, 1.20)$ 时, (1,2)壳式频率需基于理论流体附加质量计算, Fluid30 单元适用于计算其他五阶壳式频率; $R_2/R_1 \in (1.001, 1.03)$ 时, (1,2)和(1,3)壳式频率需基于理论流体附加质量计算, Fluid30 单元适用于计算其他四阶频率。

5 结论

- 1) 无量纲半径比越小, 壳体固有频率越低, 且半径比与固有频率之间为非线性关系。
- 2) 半径比略大于 1 时, 间隙宽度的微小变化对壳体固有频率有显著影响, 此时间隙宽度调节是改变壳体固有频率的有效手段。
- 3) 基于离散波动方程导出的流体附加质量偏小, 进而导致基于 Fluid30 单元的壳体固有频率计算值偏高。
- 4) 不同阶频率对应的临界半径比不同, 当实际半径比小于临界值时, 相关频率值应基于理论流体附加质量计算。
- 5) 基于 ANSYS 进行静液环境同轴圆柱壳振动分析时, 若计算值相对误差不满足技术要求, 一方面需探讨结构简化是否合理, 另一方面应分析 Fluid30 单元是否适用于该模型固有特性计算。

参考文献:

- [1] CHEN S S. Flow-induced Vibration of Circular Cylindrical Structures[M]. Washington: Hemisphere Pub Corp, 1978.
- [2] FRITZ R J. The Effect of Liquids on the Dynamic Motions of Immersed Solids[J]. Journal of Engineering for Industry, 1972, 94(1): 167.
- [3] 居荣初, 曾心传. 弹性结构与液体的耦联振动理论[M]. 北京: 地震出版社, 1983.
- [4] AUYANG M K. Free Vibration of Fluid-Coupled Coaxial Cylindrical Shells of Different Lengths[J]. Journal of Applied Mechanics, 1976, 43(3): 480-484.
- [5] YEH T T, CHEN S S. Dynamics of a Cylindrical Shell System Coupled by Viscous Fluid[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1976, 62(2): 262-270.
- [6] 席志德, 陈炳德, 李朋洲, 等. 输送流体的同心圆筒结构动力学特性研究[J]. 工程力学, 2008, 25(11): 218-222.
- [7] CHU M L, BROWN S. Experiments on the Dynamic Behavior of Fluid-coupled Concentric Cylinders[J]. Experimental Mechanics, 1981, 21(4): 129-137.

- [8] CHUNG H, TURULA P, MULCAHY T M, et al. Analysis of a Cylindrical Shell Vibrating in a Cylindrical Fluid Region[J]. Nuclear Engineering & Design, 1981, 63(1): 109-120.
- [9] HORÁČEK J, TRNKA J, VESELÝ J, et al. Vibration Analysis of Cylindrical Shells in Contact with an Annular Fluid Region[J]. Engineering Structures, 1995, 17(10): 714-724.
- [10] 董宇, 杨翊仁, 鲁丽. 同心圆柱壳之间含静水的流固耦合振动分析[J]. 核动力工程, 2015(5): 80-82.
- [11] 鲁丽, 杨翊仁, 金建明. 反应堆吊篮在空气和静水中的振动特性分析[J]. 西南交通大学学报, 2004, 39(1): 82-85.
- [12] 谭添才, 高李霞, 喻丹萍, 等. 反应堆吊篮振动特性边界条件研究[J]. 核动力工程, 2015(5): 57-60.
- [13] 臧峰刚. 反应堆吊篮在空气和水中的模态分析[C]// 全国反应堆结构力学会议. 成都: 中国力学学会, 2000.
- [14] 马建中, 杨翊仁, 张继业. 静水中反应堆吊篮结构的振动特性研究[J]. 振动工程学报, 2000, 13(3): 468-473.