

综合考虑疲劳强度影响因素的寿命预测方法

李道航¹, 吴学雷², 万芳², 张军伟², 李罗金¹, 尚德广¹

(1.北京工业大学 机电学院, 北京 100124; 2.北京航天发射技术研究所, 北京 100076)

摘要: **目的** 提出一种综合考虑疲劳强度影响因素的寿命预测方法。**方法** 利用提出的综合疲劳强度因子 K_z 考虑应力集中、尺寸和表面状态等因素对疲劳强度的影响, 结合 $S-N$ 曲线方法, 采用 Goodman 方程进行平均应力修正, 采用 Miner 定理进行疲劳损伤累积, 提出一种适用于机械结构的疲劳寿命预测方法。**结果** 对一种复杂结构螺旋弹簧进行了位移控制的恒幅和变幅台架试验, 并利用弹塑性有限元分析获得了关键危险点位置的应力响应历程。利用台架试验的寿命结果对提出的方法进行了验证, 预测误差在 2 倍因子以内。

结论 提出的方法可以较好地预测机械结构的疲劳寿命。

关键词: 寿命预测; 螺旋弹簧; 弹塑性有限元分析

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2020.07.020

中图分类号: TH114

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2020)07-0109-07

Life Prediction Method Synthetically Considering the Influence Factors of Fatigue Strength

LI Dao-hang¹, WU Xue-lei², WAN Fang², ZHANG Jun-wei², LI Luo-jin¹, SHANG De-guang¹

(1. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Institute of Space Launch Technology, Beijing 100076, China)

ABSTRACT: The paper aims to propose a life prediction method synthetically considering the influence factors of fatigue strength. The proposed comprehensive fatigue strength factor K_z was adopted to consider the effects of stress concentration, size and surface state on fatigue strength. Based on $S-N$ curve method, Goodman equation was used to modify the average stress. Miner theorem was used to accumulate the fatigue damage. And a fatigue life prediction method suitable for mechanical structures was proposed. The constant amplitude and variable amplitude displacement controlled bench tests for a complex structural helical spring were carried out. The stress response history of the key dangerous point was obtained by elastoplastic finite element analysis. The proposed method was validated by the results of bench test, and the prediction errors were within a factor of 2. The proposed method can predict the fatigue life of mechanical structures well.

KEY WORDS: life prediction; helical spring; elastoplastic finite element analysis

收稿日期: 2020-03-21; 修订日期: 2020-04-25

Received: 2020-03-21; **Revised:** 2020-04-25

基金项目: 国家自然科学基金 (51535001, 11572008)

Fund: National Natural Science Foundation of China (51535001, 11572008)

作者简介: 李道航 (1993—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为多轴热机械疲劳、有限元分析。

Biography: LI Dao-hang (1993—), Male, Doctoral candidate, Research focus: multiaxial thermo mechanical fatigue and finite element analysis.

通讯作者: 尚德广 (1962—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为机械结构耐久性设计、多轴疲劳强度。

Corresponding author: SHANG De-guang (1962—), Male, Doctor, Professor, Research focus: durability design of mechanical structure and multiaxial fatigue strength.

疲劳断裂是工程机械结构在循环载荷下的主要失效形式之一,因此在研发新的机械结构时,需要采用疲劳强度设计^[1-2]。在新的机械结构投入到实际应用前,应对其进行台架疲劳试验,以保证设备运行的安全可靠。然而,对于疲劳寿命较长的加载情况,其台架试验的时间很长。为了节约试验时间,设计人员利用疲劳寿命预测方法,将低载荷长寿命的加载条件转换为高载荷短寿命的加载条件^[3],换句话说,新设计的机械结构如果能通过高载荷短寿命的台架试验,则认为同时满足了低载荷长寿命的台架试验。以上方法可以大幅度减少台架试验时间,其中需要一种适用于机械结构的疲劳寿命预测模型。

目前,常用的疲劳寿命预测方法为应力-寿命曲线($S-N$ 曲线)方法,材料的 $S-N$ 曲线一般使用标准光滑试件在对称循环加载下测定^[4-5]。然而,实际机械结构的疲劳强度受到应力集中、尺寸和表面状态等的影响,应在寿命预测时对材料的 $S-N$ 曲线进行修正^[2]。在考虑以上影响因素时,需要多种试件和大量试验来确定各项影响因子,也会消耗很大的时间和物力成本。因此,现在需要一种能够综合考虑疲劳强度影响因素的寿命预测方法,节约设计成本。

文中提出一种综合考虑疲劳强度影响因素的寿命预测方法,利用其中的综合疲劳强度因子统一考虑应力集中、尺寸和表面状态等因素对疲劳强度的影响,而且综合疲劳强度因子的确定不需要大量试验。另外,对一种复杂结构螺旋弹簧进行了恒幅和变幅台架疲劳试验,并利用试验结果对提出的寿命预测模型进行了验证。

1 提出的寿命预测方法

1.1 疲劳损伤计算模型

损伤计算模型是准确评估疲劳寿命的关键^[6-7]。目前, $S-N$ 曲线常用于疲劳寿命预测,表达式为:

$$(\sigma_a)^m N = c \quad (1)$$

式中: σ_a 为应力幅; N 为循环周次; m 和 c 为材料常数。

$S-N$ 曲线往往利用标准光滑试件测得,适用于材料的疲劳寿命预测。对于工程机械结构的寿命预测,还需要考虑应力集中、尺寸和表面状态等对疲劳强度的影响,则式(1)变为:

$$\left(\frac{K_\sigma}{\varepsilon \cdot \beta} \cdot \sigma_a \right)^m N = c \quad (2)$$

式中: K_σ 为有效应力集中系数; ε 为尺寸系数; β 为表面系数。对于每种新设计的机械结构,都需要大量试验来确定以上系数,消耗的成本很大。而且,式(2)中以乘积的形式对各项系数进行简单合成,无法考虑各项系数之间的交互作用。

基于以上考虑,结合设计人员的实际需求,文中提出一个综合疲劳强度因子 K_z ,替换式(2)中的 $\frac{K_\sigma}{\varepsilon \cdot \beta}$,则式(2)变为:

$$(K_z \cdot \sigma_a)^m N = c \quad (3)$$

K_z 将影响疲劳强度的多项因素综合成一个系数来考虑,可以统一考虑疲劳强度的多项影响因素及其交互作用,可以最大程度地反映影响机械结构疲劳强度的因素。 K_z 由机械结构测定疲劳强度的台架试验数据确定,最少只需要一个试验数据。如果需要更高精度的 K_z ,可以利用多个试验数据分别确定,然后取平均值。

另外,对于形状复杂的机械结构,设计人员往往采用有限元分析来获得循环加载过程中的应力响应,用于疲劳寿命预测^[8-16]。然而,有限元仿真考虑的是机械结构缺口处应力集中对应力响应的的影响,与上文提及的应力集中对疲劳强度的影响不是同一概念。其中,应力集中对应力响应的的影响是指应力集中会引起应力增大,且与缺口的几何形状有关,用理论应力集中系数 K_t 表示:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \quad (4)$$

式中: $\sigma_{\max}$ 为最大应力; σ 为名义应力。应力集中对疲劳强度的影响,除了考虑应力增大外,还涉及材料内部缺陷、组织不均匀等的影响,用有效应力集中系数 K_σ 表示:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(\sigma_{-1})_a} \quad (5)$$

式中: σ_{-1} 为光滑试样的疲劳极限; $(\sigma_{-1})_a$ 为应力集中试样的疲劳极限。因此,直接利用有限元分析结果进行寿命预测,会忽略以上两种概念的区别,理论上不合适。

文中提出的寿命预测方法能够解决以上问题,利用机械结构台架试验的有限元仿真结果与寿命结果确定综合疲劳强度因子 K_z 时,直接将有限元分析结果和寿命结果建立了关系,间接考虑了应力集中对应力响应和疲劳强度影响的,即考虑了理论应力集中系数 K_t 和有效应力集中系数 K_σ 数值上的差异。

1.2 平均应力修正

在服役过程中,机械结构承受的循环载荷十分复杂,且往往带有平均应力,然而材料的 $S-N$ 曲线一般在对称循环加载下测定。因此,需要通过疲劳极限方程进行平均应力修正,文中采用的疲劳极限方程为Goodman方程:

$$\sigma_a^G = \sigma_a \left/ \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_b} \right) \right. \quad (6)$$

式中: σ_a^G 为Goodman修正后的应力幅; σ_m 为平

均应力； σ_b 为抗拉强度。因此，考虑平均应力的寿命预测模型变为：

$$\left(K_z \cdot \sigma_a^G\right)^m N=c$$

(7)

1.3 疲劳损伤累积

对于变幅加载历程，每个大于疲劳极限的循环载荷都会使材料产生疲劳损伤，当疲劳损伤累积到临界值时，材料将发生破坏。因此，需要采用损伤累积理论对变幅加载下的疲劳损伤进行累积，文中采用的是线性损伤累积理论 Miner 定理：

$$\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N_i}=1$$

(8)

式中： n_i 、 N_i 分别为第 i 级载荷水平下的作用次数和疲劳寿命； l 为载荷水平的级数。

2 试验

2.1 复杂结构螺旋弹簧的台架试验

本次研究的机械结构为一种变弹簧丝直径、变弹簧直径的复杂结构螺旋弹簧，总长 771 mm，如图 1 所示。该螺旋弹簧材料为 60Si2CrVA，其材料常数见表 1。

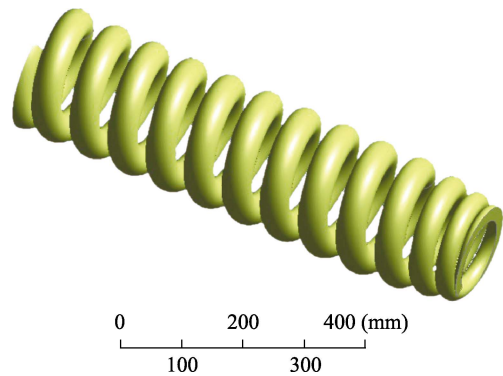


图 1 螺旋弹簧的几何结构
Fig.1 Geometry of helical spring

表 1 60Si2CrVA 的材料参数

Tab.1 Material parameters of 60Si2CrVA

E/GPa	G/GPa	σ_b/MPa
203.91	78.40	1862

螺旋弹簧的台架试验采用位移控制，根据加载波形可以分为两组：第一组为恒幅台架试验（S1—S4），加载波形如图 2a 所示；第二组为变幅台架试验（S5—S6），加载波形如图 2b 所示。台架试验的具体加载参数和疲劳寿命见表 2。

在台架试验中，疲劳裂纹萌生于弹簧变丝和恒丝径部分交界处的弹簧丝内侧，如图 3 所示。另外，弹簧变丝径部分应力较大，在加载过程中被压并，导致

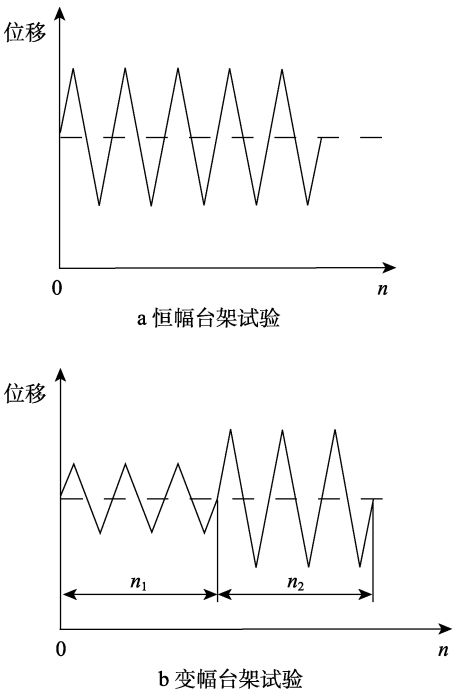


图 2 台架试验的加载波形
Fig.2 Loading waveform of bench test: a) constant amplitude bench test; b) uariable amplitude bench test

表 2 台架试验的加载参数及疲劳寿命

Tab.2 Loading parameters and fatigue lives of bench tests

试件编号	试验行程/mm	循环数/cycle	说明
S1	685±38.5	284 000	断裂
S2	664±41	185 400	断裂
S3	687±46.5	172 200	断裂
S4	671.75±80.75	13 213	断裂
S5-1	675±33.5	300 000	正常
S5-2	702±84.5	8997	断裂
S6-1	684±28	39 320	正常
S6-2	698.5±70.5	32 880	断裂

整个变丝径部分成为了支撑端，疲劳裂纹没有在此处萌生。因此，对于本次研究的复杂结构螺旋弹簧，变丝和恒丝径部分交界处的弹簧丝内侧是疲劳强度薄弱位置，即关键危险点位置。

为了研究螺旋弹簧的疲劳损伤机理，利用扫描电镜对断口处的微观形貌进行了观察，结果如图 4 所

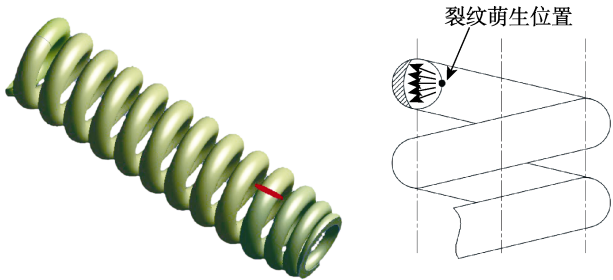


图 3 螺旋弹簧的疲劳裂纹萌生位置
Fig.3 Fatigue crack initiation position of helical spring

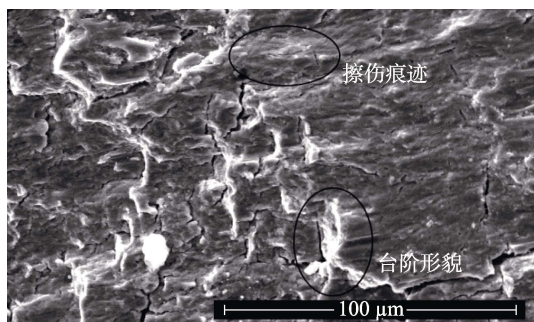


图4 螺旋弹簧疲劳断口的微观形貌

Fig.4 Micromorphology of fatigue fracture surface of helical spring

示。可以看出,主要微观特征为擦伤痕迹和台阶形貌。擦伤痕迹是剪切应力循环作用留下的特征^[17]。在疲劳裂纹萌生后,剪切应力反复作用,裂纹面的两侧互相摩擦,面上的棱角或硬的夹杂物使断口擦伤,留下了擦伤痕迹。另外,不同层的裂纹扩展平面在轴向应力的作用下汇合,形成主裂纹,留下了台阶形貌。综上所述,剪切应力和轴向应力都对疲劳损伤做了贡献,

应采用等效应力历程计算疲劳损伤。

2.2 循环应力-应变曲线的测定

为了获得关键危险点位置的应力响应,需要进行弹塑性有限元分析,其中材料的循环应力-应变曲线可由 Ramberg-Osgood 方程^[18-20]描述,如式(9)所示。

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \quad (9)$$

式中: $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ 为总应变幅; $\frac{\Delta \varepsilon_e}{2}$ 为弹性应变幅; $\frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$

为塑性应变幅; E 为弹性模量; K' 为循环强度系数; n' 为循环应变硬化指数。其中,弹性模量 E 已在表 1 中给出,需要测定的材料常数为循环强度系数 K' 和循环应变硬化指数 n' 。

采用的试件为 60Si2CrVA 标准光滑试件,形状和尺寸如图 5 所示。采用的试验机为 MTS809 电液伺服疲劳试验机,试验装置如图 6 所示。

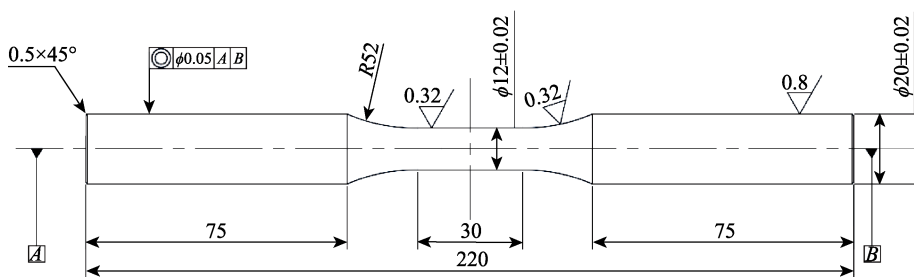


图5 试件的形状和尺寸(mm)

Fig.5 Geometry and dimensions of specimen (mm)



图6 MTS809 电液伺服疲劳试验机

Fig.6 MTS809 electro hydraulic servo fatigue testing machine

将应变控制在不同的水平,试验频率为 1 Hz,记录稳定应力响应,结果如图 7 所示。利用式(9)拟合试验数据,可以得到循环强度系数 $K'=1988$ MPa,循环应变硬化指数 $n'=0.05$ 。

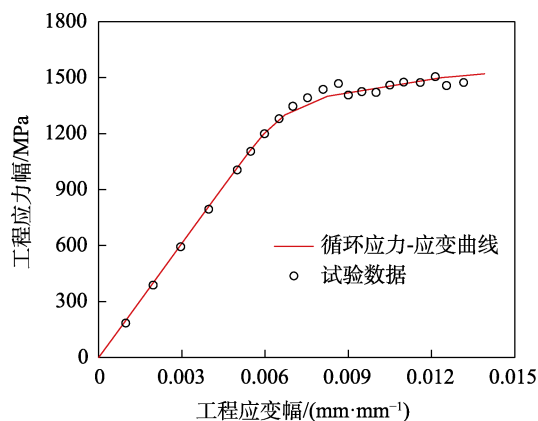


图7 60Si2CrVA 的循环应力-应变曲线

Fig.7 Cyclic stress-strain curve of 60Si2CrVA

2.3 S-N曲线的测定

材料的 $S-N$ 曲线表达式见式(1),需要测定的材料常数为 m 和 c 。控制应力在不同的水平,试验频率为 10 Hz,记录疲劳寿命,结果如图 8 所示。利用式(1)拟合试验数据,可以得到 $m=8.17$, $c=4.07 \times 10^{28}$ 。

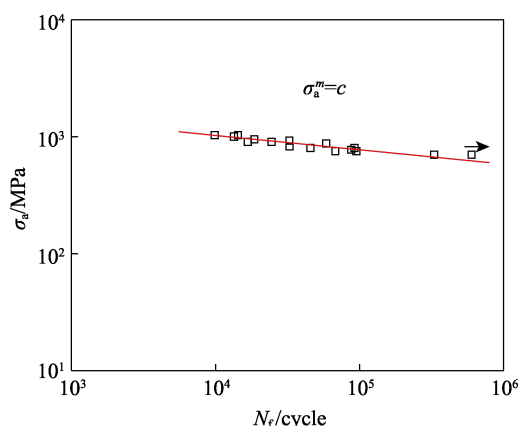


图 8 双对数坐标下的 $S-N$ 曲线
Fig.8 $S-N$ curve in double logarithmic coordinates

3 螺旋弹簧结构弹塑性有限元分析

螺旋弹簧的台架试验是由位移控制的, 为了获得其关键危险点位置的应力响应历程, 需要对台架试验进行弹塑性有限元仿真。在有限元仿真中, 60Si2CrVA 的力学性能曲线采用图 7 中的循环应力-应变曲线。

3.1 螺旋弹簧结构的有限元模型

为了得到更加精确的仿真结果, 将螺旋弹簧的三维模型分成三个部分, 中间规律部分采用精度较高的六面体单元, 上下支撑部分采用能与复杂实体较好吻合的四面体单元, 如图 9 所示。在螺旋弹簧的下表面施加固定约束, 上表面施加位移载荷, 如图 10 所示。

一般情况下, 单元数量增加, 会提高计算精度,

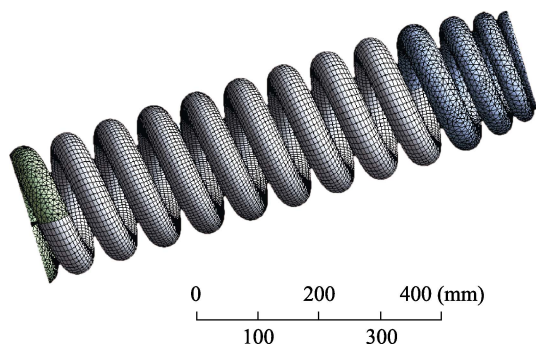


图 9 螺旋弹簧模型的网格划分
Fig.9 Meshing of helical spring model

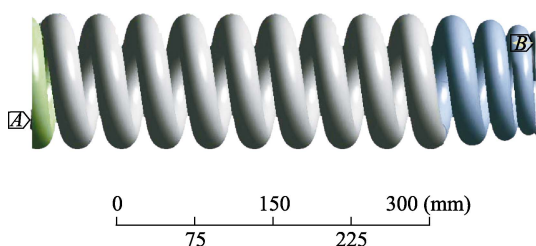


图 10 螺旋弹簧模型的边界条件
Fig.10 Boundary conditions of helical spring model

但同时会增加计算规模。为了综合考虑以上两个因素, 需要进行收敛性分析, 找出合适的单元数量。当单元数量为 80 335、101 451 和 234 673 时, 分别施加 86 mm 的压缩位移载荷, 考察的变丝和恒丝径部分交界处弹簧丝内侧的应力均为 670 MPa, 如图 11 所示。因此, 可以选择单元数量为 101 451 的网格划分进行有限元仿真分析。

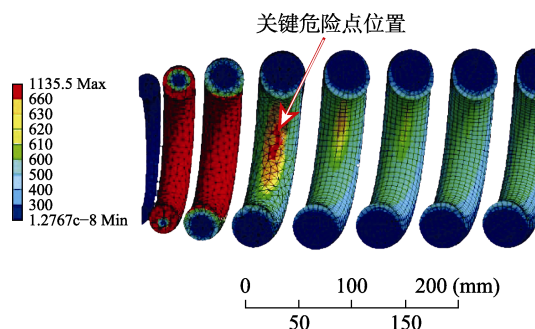


图 11 等效应力的分布 (位移载荷为 86 mm)
Fig.11 Distribution of equivalent stress (displacement loading of 86 mm)

3.2 确定台架试验应力响应历程

首先, 对 S1 台架试验进行有限元仿真, 根据试验行程 (685 ± 38.5) mm 施加位移载荷, 提取关键危险点位置的等效应力历程, 如图 12 所示。可以看出, 关键危险点位置的所有应力响应点均未超过 60Si2CrVA 的屈服极限 (约 1300 MPa)。随着位移载荷的增大, 产生了非线性变形, 即塑性变形, 是因为弹簧变丝径部分应力达到屈服且被压并, 影响了关键危险点位置的应力响应。

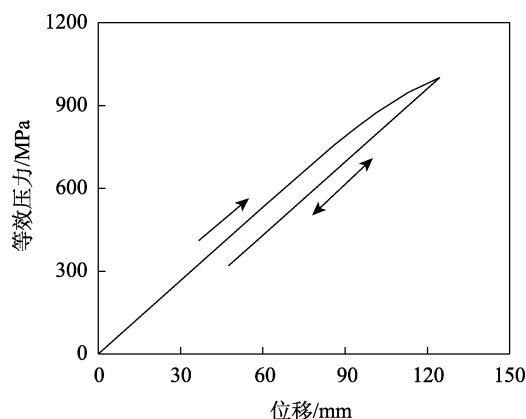


图 12 S1 等效应力-位移历程
Fig.12 Equivalent stress-displacement history of S1 test

随后的应力响应由疲劳加载产生, 应采用这部分应力响应计算应力幅 σ_a 和平均应力 σ_m 作为损伤参量。分别对 S1—S6 台架试验进行弹塑性有限元仿真, 提取关键危险点位置的应力响应历程, 计算损伤参量, 并利用式 (6) Goodman 方程对损伤参量进行平均应力修正, 结果见表 3。

表3 关键危险点位置的损伤参量
Tab.3 Damage parameters of key dangerous points

试件编号	σ_a /MPa	σ_m /MPa	σ_a^G /MPa
S1	341	660	528
S2	363	694	579
S3	412	610	612
S4	535	535	751
S5-1	297	722	485
S5-2	531	531	743
S6-1	248	710	401
S6-2	525	525	731

4 试验验证

利用恒幅和变幅的台架试验数据对提出的寿命预测方法进行验证。为了确定综合疲劳强度因子 K_z ，式(7)可以变形为：

$$K_t = \frac{(c/N)^{1/m}}{\sigma_a^G} \quad (10)$$

将 S1 的应力幅 $\sigma_a^G = 528$ MPa 和失效寿命 $N_f = 284\,000$ cycle 带入式(10)，可以得到综合疲劳强度因子 $K_z = 1.28$ 。

为了进行疲劳寿命预测，式(7)可以变形为：

$$N = c \left(K_z \cdot \sigma_a^G \right)^{-m} \quad (11)$$

另外，对于本文的变幅台架试验，载荷水平的级数 $l=2$ ，所以 Miner 定理式(8)变为：

$$\sum_{i=1}^2 \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \quad (12)$$

因为 S1 涉及 K_z 的确定，所以不对其进行寿命预测。利用式(11)可对恒幅台架试验 S2—S4 进行寿命预测，结合式(11)和式(12)可对变幅台架试验 S5 和 S6 进行寿命预测，预测寿命和试验寿命的对比如图 13 所示。可以看出，预测误差在 2 倍因子

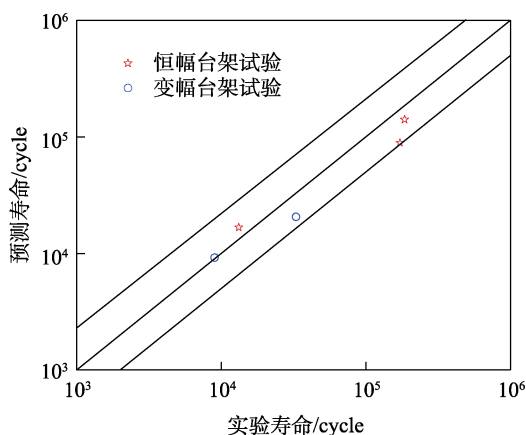


图 13 预测寿命和试验寿命对比

Fig.13 Comparison of predicted and test experimental lives

以内，说明提出的方法可以较好地预测机械结构的疲劳寿命。

另外，由于实际试验会受到载荷不稳定、试样尺寸误差、表面粗糙度、材料化学成分均匀性和加工制造等因素的影响，所以试验寿命结果会存在分散性，这种分散性就是引起预测误差的原因。如果需要更高精度的寿命预测结果，可以采用概率-应力-寿命曲线 (P - S - N 曲线) 进行疲劳寿命预测。

文中的关键是提出综合疲劳强度因子 K_z ，将影响疲劳强度的多项因素综合成一个系数来考虑。该系数由机械结构的台架试验数据确定，可以统一考虑实际工程应用中影响疲劳强度的因素。提出的寿命预测方法可供设计人员将低载荷长寿命的加载条件转换为高载荷短寿命的加载条件，缩短台架试验时间，降低设计成本，具有实际工程意义。

值得注意的是，提出的寿命预测方法适用于恒幅和变幅的载荷条件。对于真实的随机载荷情况，可以结合循环计数方法，形成随机加载下的机械结构疲劳寿命预测方法，但其适用性需要进一步验证。

5 结论

1) 采用综合疲劳强度因子 K_z ，基于 S - N 曲线方法，利用 Goodman 方程修正平均应力，采用 Miner 定理累积疲劳损伤，提出一种适用于机械结构的疲劳寿命预测方法。

2) 通过观察螺旋弹簧疲劳断口的微观形貌，发现剪切应力和轴向应力都对疲劳损伤有贡献。

3) 确定了 60Si2CrVA 弹簧钢的循环应力-应变曲线和 S - N 曲线的材料常数。

4) 对复杂结构螺旋弹簧进行了恒幅和变幅台架试验，并利用试验数据对提出的寿命预测方法进行了验证，结果表明，提出的方法具有较好的预测效果。

参考文献：

- [1] 徐灏. 疲劳强度[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
XU Hao. Fatigue Strength[M]. Beijing: Higher Education Press, 1990.
- [2] 尚德广. 疲劳强度理论[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
SHANG De-guang. Fatigue Strength Theory[M]. Beijing: Science Press, 2017.
- [3] LU Y H, ZHENG H Y, ZENG J, et al. Fatigue Life Reliability Evaluation in a High-Speed Train Bogie Frame Using Accelerated Life and Numerical Test[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2019, 188: 221-232.
- [4] 赵海民. 高性能弹簧钢 60Si2CrVA 和 38Si7 高周和超高周疲劳破坏行为的研究[D]. 北京: 钢铁研究总院, 2008.
ZHAO Hai-min. High Cycle and Ultra High Cycle Fatigue Failure Behavior of High Performance Spring Steels

- 60Si2CrVA and 38Si17[D]. Beijing: Central Iron & Steel Research Institute, 2008.
- [5] 傅华栋. 圆柱螺旋弹簧疲劳试验方法研究[D]. 北京: 机械科学研究总院, 2007.
- FU Hua-dong. Research on Fatigue Test Method of Cylindrical Spiral Spring[D]. Beijing: China Academy of Machinery Science and Technology, 2007.
- [6] WANG X W, SHANG D G, SUN Y J, et al. Multiaxial High-cycle Fatigue Life Prediction Model Considering Mean Shear Stress Effect under Constant and Variable Amplitude Loading[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2018, 96: 676-687.
- [7] TAO Z Q, SHANG D G, SUN Y J, et al. Multiaxial Notch Fatigue Life Prediction Based on Pseudo Stress Correction and Finite Element Analysis under Variable Amplitude Loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2018, 41(8): 1674-1690.
- [8] DEL LLANO-VIZCAYA L, RUBIO-GONZÁLEZ C, MESMACQUE G, et al. Multiaxial Fatigue and Failure Analysis of Helical Compression Springs[J]. Engineering Failure Analysis, 2006, 13: 1303-1313.
- [9] CHANG C C, LIN S D, CHIANG K N. Development of a High Cycle Fatigue Life Prediction Model for Thin Film Silicon Structures[J]. Journal of Electronic Packaging, 2018, 140: 031008.
- [10] SHAH J, TARTAGLIA J M. A Case Study of Finite Element Analysis and Designing with Data from the AFS Strain-Life Fatigue Database[J]. International Journal of Metalcasting, 2015, 9(4): 7-18.
- [11] CLÁUDIO R A, BRANCO C M, GOMES E C, et al. Fatigue Life Prediction and Failure Analysis of a Gas Turbine Disc Using the Finite-element Method[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2004, 27(9): 849-860.
- [12] 商跃进, 曹茹, 戴蓉. 圆柱压缩螺旋弹簧三维静动态有限元分析与寿命预测[J]. 中国农机化, 2008(2): 75-78.
- SHANG Yue-jin, CAO Ru, DAI Rong. 3D Finite Element Analysis under Static and Dynamic Loading and Life Prediction of Cylinder Compress Coil Spring[J]. Chinese Agricultural Mechanization, 2008(2): 75-78.
- [13] 钟文彬. 圆柱螺旋弹簧刚度特性的有限元分析[J]. 机械, 2011, 38(12): 21-23.
- ZHONG Wen-bin. Finite Element Analysis for Rigidity of Cylinder Helix Spring[J]. Machinery, 2011, 38(12): 21-23.
- [14] 金丹, 田大将, 李江华, 等. 缺口半径对疲劳寿命影响的有限元分析[J]. 航空动力学报, 2015, 30(7): 1618-1623.
- JIN Dan, TIAN Da-jiang, LI Jiang-hua, et al. Finite Element Analysis for the Effect of Notched Radius on Fatigue Life[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(7): 1618-1623.
- [15] 卢亚宾. 基于ANSYS的三股螺旋弹簧的有限元建模与分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2017.
- LU Ya-bin. Finite Element Modeling and Analysis of Three-stranded Wire Helical Spring Based on ANSYS [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2017.
- [16] 刘灵灵, 李皓玉, 齐月芹. 多轴加载下缺口件弹塑性有限元分析及疲劳寿命预测[J]. 机械设计, 2010, 27(2): 17-20.
- LIU Ling-ling, LI Hao-yu, QI Yue-qin. Elasto-plastic Finite Element Analysis and Prediction of Fatigue Life-span on Notched Specimens under Multi-axial Load[J]. Journal of Machine Design, 2010, 27(2): 17-20.
- [17] 尚德广, 王德俊. 多轴疲劳强度[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- SHANG De-guang, WANG De-jun. Multiaxial Fatigue Strength[M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [18] OSGOOD CC. Fatigue Design[M]. Oxford: Pergamon Press, 1982.
- [19] SUN G Q, SHANG D G. Prediction of Fatigue Lifetime under Multiaxial Cyclic Loading Using Finite Element Analysis[J]. Materials and Design, 2010, 31: 126-133.
- [20] TAKAHASHI K, TSUNOI S, HARA T, et al. Experimental Study of Low-Cycle Fatigue of Pipe Elbows with Local Wall Thinning and Life Estimation Using Finite Element Analysis[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2010, 87: 211-219.