

考虑脉动压力相关性的自由体随机振动分析

许茂, 李上明, 吴连军

(中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: **目的** 获得自由体在脉动压力载荷作用下的结构响应。**方法** 采用有限元方法, 建立锥壳自由体结构的随机振动分析有限元模型, 根据自由体的脉动压力载荷和随机振动分析理论, 计算自由体在脉动压力下的加速度响应均方根值。**结果** 载荷为一定程度相关时的计算结果在完全相关和不相关之间, 最小相差约 15%, 最大相差约 50%。**结论** 在进行自由体结构脉动压力下的响应分析时, 载荷间的相关性是不能忽略的, 分区加载可改善计算精度。

关键词: 脉动压力; 自由体; 随机振动; 有限元法

中图分类号: TJ011

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2021)03-0029-05

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2021.03.005

Random Vibration Analysis of Free Body Under Fluctuating Pressure Considering Correlation

XU Mao, LI Shang-ming, WU Lian-jun

(Institute of Systems Engineering, CAEP, MianYang 621900, China)

ABSTRACT: In order to obtain the structural response of the free body under a fluctuating pressure load, a finite element model of the random vibration analysis of the conical shell free body structure is established by using the finite element method. According to the random vibration analysis theory, the RMS value of acceleration response under free body fluctuating pressure is calculated based on the pulsating pressure load on the free body. When the loads are correlated to a certain degree, the calculation results are between the fully correlated and uncorrelated calculation results, the minimum difference being about 15%, and the maximum difference being about 50%. The calculation result shows that the correlation between loads can not be ignored when performing response analysis of free body structure under fluctuating pressure, and partition loading can improve calculation accuracy.

KEY WORDS: fluctuating pressure; free body; random vibration; finite element method

飞行器在再入飞行时受到复杂的载荷作用, 外表面的高速绕流流场将诱导复杂的振动、噪声、过载和气动热等环境。在这些载荷综合作用下, 再入飞行器以一定的加速度运动, 处于没有约束的自由状态, 整

个再入飞行器为一自由体。在再入飞行器的结构响应分析过程中, 通常从 CFD 分析结果中提取再入飞行器的表面压力和脉动压力, 作为结构分析的输入数据^[1]。表面压力可以处理为静载, 在准静态气动力作用下自

收稿日期: 2021-02-04; 修订日期: 2021-02-16

Received: 2021-02-04; Revised: 2021-02-16

作者简介: 许茂 (1975—), 男, 硕士, 副研究员, 主要研究方向为结构动力学分析。

Biography: XU Mao (1975—), Male, Master, Associate researcher, Research focus: structural dynamics analysis.

引文格式: 许茂, 李上明, 吴连军. 考虑脉动压力相关性的自由体随机振动分析[J]. 装备环境工程, 2021, 18(3): 029-033.

XU Mao, LI Shang-ming, WU Lian-jun. Random vibration analysis of free body under fluctuating pressure considering correlation [J]. Equipment environmental engineering, 2021, 18(3): 029-033.

由体作刚体运动。脉动压力则属于动态载荷，通过自由体结构及其内部气体和载体进行传递，会引起仪器结构及系统的振动响应，有可能产生复杂的环境效应，如结构破坏等可靠性和安全性问题。

脉动压力载荷的预示方法主要有经验公式法、数值模拟法和风洞试验^[2-10]，结构响应计算时，脉动压力载荷的处理方式可为单输入^[11]和多输入^[12-16]。脉动压力载荷是一种典型的随机载荷，一般采用随机振动方法和基于统计的能量法^[17-18]，统计能量法适合计算高频段的响应。低频段脉动压力下的结构响应可以通过面载荷自由体随机振动分析方法获得，自由体随机振动分析技术的难点是获得脉动压力的功率谱密度及各输入谱之间的相关性。目前为了简化计算方法，在施加多输入载荷时，忽略各个载荷之间的相关性，即假设计算对象外表面上各载荷输入点的随机载荷谱是完全相关或者完全不相关的^[13-16,19-21]。在这种假设条件下得到的结构响应结果与真实情况存在差异。自由体在高速飞行中受到的脉动压力为面载荷，沿飞行器长度方向和环向非均匀分布，且不同位置的压力谱具有一定的相关性，对这种结构和载荷分布复杂的情况而言，完全按实际脉动压力加载存在一定的困难。文中通过对结构进行分区的方法，考虑各区域之间压力谱的相关性，利用有限元软件针对自由体结构在脉动压力载荷激励下的响应开展分析，研究自由体在脉动压力作用下的随机振动加速度响应规律，对于完善再入飞行器载荷设计和合理预测再入振动响应具有重要的工程应用价值。

1 自由体随机激振动响应计算方法

一个多自由度系统，当受到平稳随机过程 $X(t)$ 的激励时，响应为 $Y(t)$ ，响应的相关矩阵为：

$$R_{yy}(\tau) = E[Y(t)Y^T(t + \tau)] \tag{1}$$

将式 (1) 中的 $Y(t)$ 和 $Y(t + \tau)$ 以卷积积分表示，用 λ_1 和 λ_2 作为积分变量，得：

$$R_{yy}(\tau) = E \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda_1)X(t - \lambda_1)d\lambda_1 \int_{-\infty}^{\infty} X(t + \tau - \lambda_2)h^T(\lambda_2)d\lambda_2 \right] \tag{2}$$

进一步处理后，可以得到响应与激励的相关矩阵之间的关系式：

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda_1) \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t + \lambda_1 - \lambda_2)h^T(\lambda_2)d\lambda_2 d\lambda_1 \tag{3}$$

对式 (3) 进行傅里叶变换，得到响应与激励的功率谱密度矩阵之间的关系式：

$$S_{yy}(\omega) = H^*(\omega)S_{xx}(\omega)H^T(\omega) \tag{4}$$

式中： $H(\omega)$ 为频响函数矩阵， $H^*(\omega)$ 为 $H(\omega)$ 的共轭矩阵。

激励的功率谱密度函数矩阵 $S_{xx}(\omega)$ 为：

$$S_{xx}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \cdots & S_{1m}(\omega) \\ \vdots & & \vdots \\ S_{m1}(\omega) & \cdots & S_{mm}(\omega) \end{bmatrix} \tag{5}$$

式中：当 $n = m$ 时， $S_{nm}(\omega)$ 为自谱；当 $n \neq m$ 时， $S_{nm}(\omega)$ 为互谱。

相干函数为：

$$\gamma_{nm}^2(\omega) = \frac{|S_{nm}(\omega)|^2}{S_{nn}(\omega)S_{mm}(\omega)}, \quad 0 \leq \gamma_{nm}^2(\omega) \leq 1 \tag{6}$$

式中： $\gamma_{nm}^2(\omega)=0$ 为不相关； $\gamma_{nm}^2(\omega)=1$ 为完全相关。

2 脉动压力的自谱与互谱

平稳随机过程脉动压力 $X_j(t)(j=1,m)$ 的自相关函数为：

$$R_{jj}(\tau) = E[X_j(t)X_j(t + \tau)] \tag{7}$$

自谱为自相关函数的傅里叶变换，即：

$$S_{jj}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{jj}(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{8}$$

对于两个平稳随机过程脉动压力 $X_i(t)(i=1,m)$ 、 $X_j(t)(j=1,m)$ ，其互相关函数为：

$$R_{ij}(\tau) = E[X_i(t)X_j(t + \tau)] \tag{9}$$

互谱为互自相关函数的傅里叶变换，即：

$$S_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{10}$$

采用试验测试方法获得锥壳自由体结构不同位置的脉动压力时域曲线，通过编写程序对时域数据进行处理，根据上述公式获得脉动压力的自谱和互谱。

在锥壳自由体结构(如图 1 所示)表面进行分区，沿长度方向分为 3 个区域，沿环向分为 4 个区域。在每个分区的中心位置布置压力传感器，通过试验获得测点的脉动压力时域曲线。限于篇幅，仅以测点 1 和测点 2 为例，其脉动压力时域曲线如图 2 所示，通过程序处理后获得的自谱和互谱曲线如图 3 所示。

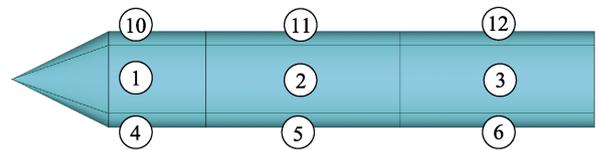


图 1 表面区域划分
Fig.1 Surface area division

3 锥壳自由状态计算结果

在自由体随机振动分析过程中，若考虑脉动压力载荷的相关性将导致载荷加载复杂，随机振动响应计算量随之增大。在传统的计算方法中都进行了相应的简化，为了获得压力谱之间的相关性对结构响应的影

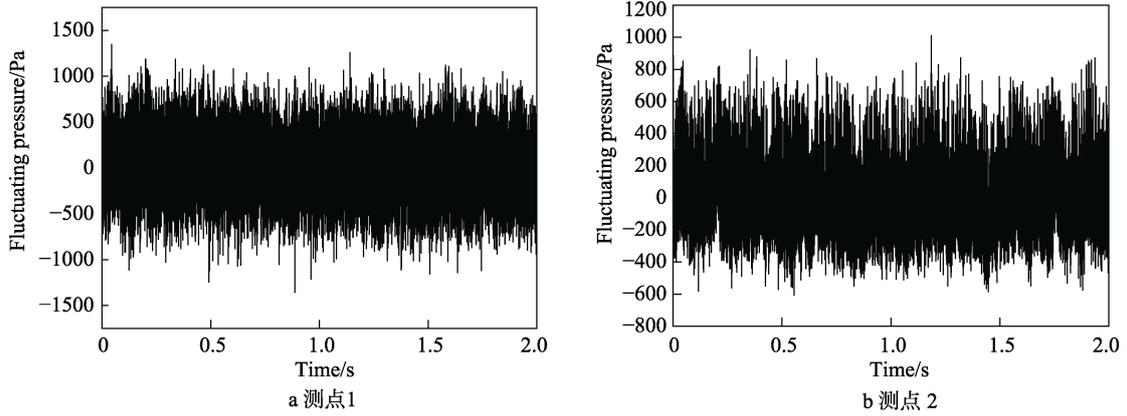


图 2 脉动压力时域曲线

Fig.2 Time history curve of fluctuating pressure:a) point 1, b) point 2

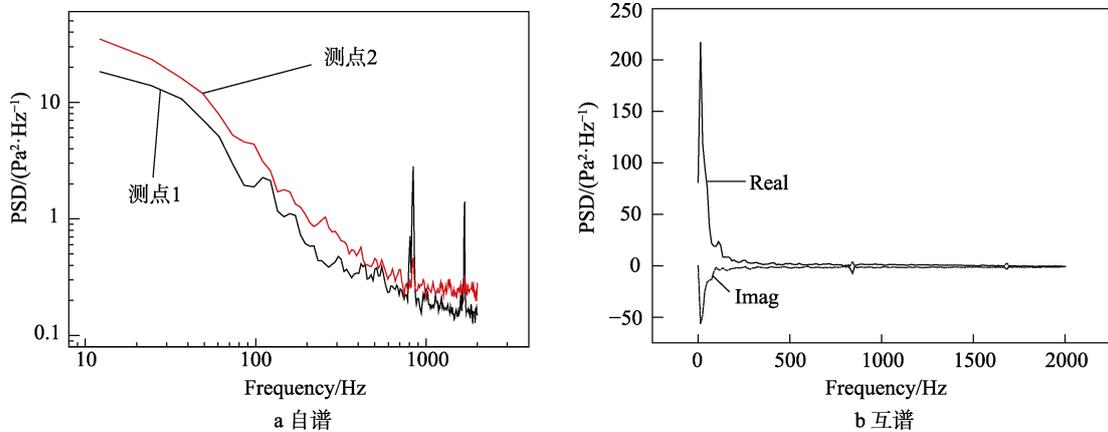


图 3 脉动压力功率谱

Fig.3 Power spectrum density of fluctuating pressure: a) auto spectra, b) cross spectra

响规律，文中进行了如下 3 种工况的计算：假设各个面载荷之间是两两不相关的，即 $\gamma_{nm}^2(\omega)=0$ ；各个面载荷之间的相关性由实测时域载荷计算确定；假设各个面载荷之间是两两完全相关的， $\gamma_{nm}^2(\omega)=1$ 。

采用有限元软件对锥壳自由体结构在脉动压力环境下的随机振动响应进行计算，有限元模型中的 x 、 y 方向如图 4 所示， z 向由右手法则确定。采用模态叠加法进行随机振动响应计算，整个结构为自由状态，阻尼比取 2%，计算频率范围取 0~2000 Hz。结构的有限元模型如图 4 所示， a_1 、 a_2 、 a_3 分别为区域 1、2、3 中心的节点。计算得到自由体锥壳表面加速度响应云图如图 5 所示，3 个区域中心节点处加速度均方根值对比见表 1。

从表 1 的结果对比可以得出，各输入载荷完全相

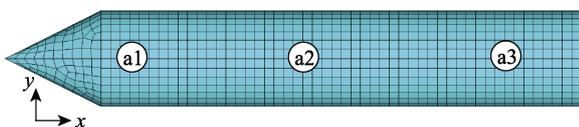


图 4 有限元模型及测点

Fig.4 Finite element model and test point

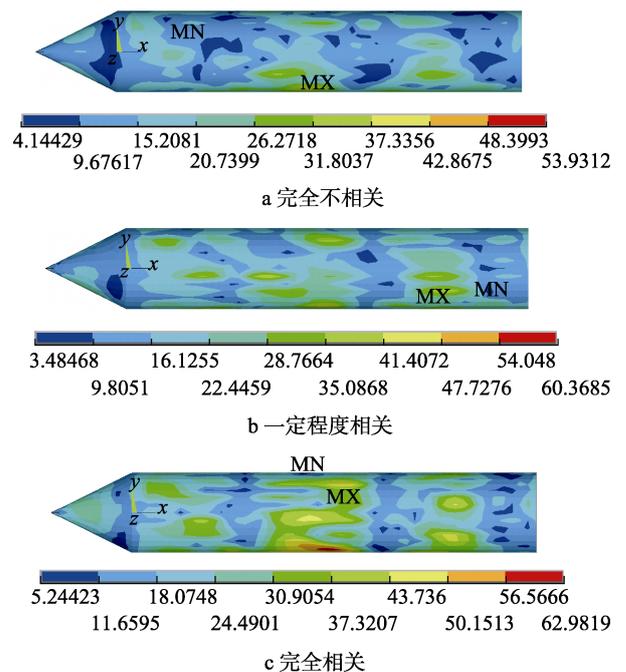


图 5 加速度响应分布

Fig.5 Acceleration response distribution: a) no correlation; b) partial correlation; c) complete correlation

表1 加速度均方根值
Tab.1 mean square value of acceleration g

相关性	a_1	a_2	a_3
不相关	1.752	2.423	1.735
一定程度相关	2.159	1.661	2.024
完全相关	2.949	1.409	3.047

关的情况下计算得到的 a_1 、 a_3 测点加速度响应是偏大的, a_2 测点加速度响应是偏小的; 各输入载荷不相关的情况下计算得到的 a_1 、 a_3 测点加速度响应是偏小的, a_2 测点加速度响应是偏大的, 最小相差约 15%, 最大相差约 50%。利用试验测得载荷进行空间相关性计算获得载荷之间的相关性, 可以真实地模拟飞行器实际飞行中受到的脉动压力载荷, 从而可以较准确地预测脉动压力环境下的结构随机振动响应。

4 结语

通过编写计算程序得到了自由体表面各测点之间脉动压力的互谱和自谱, 并运用有限元软件开展了自由体在脉动压力面载荷环境下的随机振动响应分析, 计算获得了自由体表面的加速度响应均方根值。通过不同相关性下的加速度响应计算结果比较, 获得了载荷间的相关性对计算精度影响较大的结论。在频率域内探索出一条有效解决再入飞行器在脉动压力环境下结构随机振动响应问题的技术途径和方法, 为今后开展再入飞行器脉动压力结构响应预示研究奠定了较好的基础。

参考文献:

- [1] 张卫东, 李少阳, 郑宇. 运载火箭数字化工程[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2017.
ZHANG Wei-dong, LI Shao-yang, ZHENG Yu. Carrier rocket digital project[M]. Beijing: China Aerospace Publishing House, 2017.
- [2] 蒋华兵, 李春丽, 陈强洪. 再入飞行器脉动压力环境特性分析[J]. 航天器环境工程, 2010, 27(3): 378-382.
JIANG Hua-bing, LI Chun-li, CHEN Qiang-hong. Analysis of characteristics of pulsating pressure environment of reentry vehicle [J]. Spacecraft environmental engineering, 2010, 27(3): 378-382.
- [3] 刘振皓, 任方. 航天飞行器脉动压力数值计算方法综述[J]. 强度与环境, 2013, 40(6): 45-50.
LIU Zhen-hao, REN Fang. Review of numerical calculation methods for spacecraft pulsating pressure[J]. Strength and environment, 2013, 40(6): 45-50.
- [4] HONG Chinsuk, SHIN Ku-Kyun. Modeling of wall pressure fluctuations for finite element structural analysis[J]. Journal of sound and vibration, 2010, 329: 1673-1685.
- [5] CAMUSSI R, GUJ G, IMPERATORE B. et al. Wall pressure fluctuations induced by transonic boundary layers on a launcher model[J]. Aerospace science and technology, 2007, 11(5): 1673-1685.
- [6] 徐立功, 刘振寰. 再入飞行器脉动压力环境的分析与预测[J]. 空气动力学学报, 1991, 9(4): 457-464.
XU Li-gong, LIU Zhen-huan. Analysis and prediction of pulsating pressure environment of reentry aircraft[J]. Acta aerodynamica, 1991, 9(4): 457-464.
- [7] 房桂祥. 喷流噪声引起的结构振动环境预示研究[J]. 强度与环境, 2006, 33(3): 7-10.
FANG Gui-xiang. Study on the prediction of structural vibration environment caused by jet noise[J]. Strength and environment, 2006, 33(3): 7-10.
- [8] 徐俊伟, 吴亚锋, 陈耿. 气动噪声数值计算方法的比较与应用[J]. 噪声与振动与控制, 2012(4): 6-10.
XU Jun-wei, WU Ya-feng, CHEN Geng. Comparison and application of numerical calculation methods for aerodynamic noise[J]. Noise and vibration and control, 2012(4): 6-10.
- [9] 宋文萍, 余雷, 韩忠华. 飞机机体气动噪声计算方法综述[J]. 航空工程进展, 2010, 1(2): 125-131.
SONG Wen-ping, YU Lei, HAN Zhong-hua. Summary of calculation methods for aerodynamic noise of airplane body[J]. Advances in aeronautical engineering, 2010, 1(2): 125-131.
- [10] 陈伟芳, 张志成, 石于中, 等. 再入体表面脉动压力环境的预测[J]. 国防科技大学学报, 2001, 23(6): 20-23.
CHEN Wei-fang, ZHANG Zhi-cheng, SHI Yu-zhong, et al. Prediction of Pulsating Pressure Environment on the Surface of Reentry Body[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2001, 23(6): 20-23.
- [11] 杜骊刚. 飞行器在气动噪声作用下的振动环境预示方法[J]. 装备环境工程, 2008, 5(6): 65-67.
DU Li-gang. Vibration environment prediction method of aircraft under aerodynamic noise[J]. Equipment environmental engineering, 2008, 5(6): 65-67.
- [12] 张义民. 机械振动[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
ZHANG Yi-min. Mechanical vibration[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.
- [13] 韩增尧, 徐孝诚. 再入飞行器在气动噪声作用下的响应分析[J]. 导弹与航天运载技术, 1997(1): 1-6.
HAN Zeng-yao, XU Xiao-cheng. Response analysis of reentry vehicle under aerodynamic noise[J]. Missile and space vehicle technology, 1997(1): 1-6.
- [14] 张新军, 雷勇军. 再入飞行器的脉动响应分析[J]. 湖南理工学院学报, 2004, 17(2): 24-26.
ZHANG Xin-jun, LEI Yong-jun. Analysis of pulsation response of reentry aircraft[J]. Journal of Hunan Institute of Science and Technology, 2004, 17(2): 24-26.
- [15] 徐孝诚. 板壳组合结构在随机面分布力作用下的响应分析与验证[J]. 强度与环境, 2000(2): 34-39.
XU Xiao-cheng. Response analysis and verification of plate-shell composite structure under the action of random surface distributed forces[J]. Strength and environment, 2000, 2: 34-39.

- [16] 尹立中. 再入飞行器的气动噪声响应分析和试验验证[J]. 导弹与航天运载技术, 2002(3): 9-11.
YIN Li-zhong. Analysis and test verification of aerodynamic noise response of reentry vehicle[J]. Missile and space vehicle technology, 2002, 3: 9-11.
- [17] 张国军, 闫云聚, 李鹏博. 基于统计能量法的飞行器结构声振响应分析[J]. 噪声与振动与控制, 2014, 34(3): 92-96.
ZHANG Guo-jun, YAN Yun-ju, LI Peng-bo. Vibration and acoustic response analysis of aircraft structure based on statistical energy method[J]. Noise, vibration and control, 2014, 34(3): 92-96.
- [18] 姚德源, 王其政. 统计能量分析原理及其应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
YAO De-yuan, WANG Qi-zheng. The principle and application of statistical energy analysis[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1995.
- [19] 柯李文. 建筑物在脉动压力作用下的动力响应预示[J]. 气动实验与测量控制, 1998(3): 42-49.
KE Li-wen. Prediction of dynamic response of buildings under pulsating pressure[J]. Pneumatic experiment and measurement control, 1998, 3: 42-49.
- [20] 徐敏, 张宁川. 基于气动(气动噪声)/结构耦合仿真研究[J]. 强度与环境, 2012, 39(11): 12-17.
XU Min, ZHANG Ning-chuan. Simulation research based on aerodynamic (aerodynamic noise)/structure coupling[J]. Strength and environment, 2012, 39(11): 12-17.
- [21] 苏松松, 冷小磊. 考虑空间相关性的飞行器气动噪声响应分析[J]. 江苏航科, 2011(s1): 115-117.
SU Song-song, LENG Xiao-lei. Aerodynamic noise response analysis of aircraft considering spatial correlation[J]. Jiangsu aviation, 2011(s1): 115-117.