基于平均法的金属橡胶隔振器非线性 振动特性研究

尹元西^{1,2},杨利^{1,2,3},段宇星^{1,2,3},赵静^{1,2}

(1.西安安思锐科航空科技有限公司,西安 710065; 2.航空声学与振动航空科技重点实验室, 西安 710065; 3.中国飞机强度研究所,西安 710065)

摘要:目的 研究金属橡胶隔振系统的非线性振动特性和机理。方法 建立该金属橡胶隔振系统的非线性动 力学模型,利用平均法推导出系统的自由振动运动方程和在简谐激励下的受迫振动幅频响应方程,通过数 值计算分析影响隔振系统位移传递率的因素。随后设计一种结构紧凑的金属橡胶隔振器,通过静压试验得 到加载卸载迟滞回线,利用拟合方法建立金属橡胶的指数型刚度模型。该模型在相同拟合效果下参数较少, 将指数型非线性刚度模型代入到振动方程中进行求解,得到理论幅频响应曲线。同时,进行金属橡胶隔振 系统的正弦扫频试验,得到不同振动幅值下的实测传递率幅频响应,与理论计算结果进行对比。结果 拟合 参数与系统的振动特性相关,拟合参数 ki 越大,系统共振频率越低,拟合参数 ki 越大,系统共振频率越高。 理论计算与试验结果共振频率的误差最大为 2.1%,放大倍数最大误差为 17.1%。该理论方法可以较为准确 地计算出隔振系统的共振频率、共振放大倍数以及非线性振动的跳跃现象。结论 该方法可以较为准确地通 过金属橡胶隔振器的静压试验数据预估出金属橡胶隔振系统的非线性振动特性,对于金属橡胶隔振设计具 有一定的应用价值。

关键词:金属橡胶;隔振;非线性振动;平均法;跳跃现象 中图分类号:V248.1 文献标识码:A 文章编号:1672-9242(2022)09-0069-09 DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2022.09.011

Nonlinear Vibration Characteristics of Metal Rubber Vibration Isolator Based on Average Method

YIN Yuan-xi^{1,2}, YANG Li^{1,2,3}, DUAN Yu-xing^{1,2,3}, ZHAO Jing^{1,2}

 Xi'an ASRIC Aviation Technology Co., Ltd., Shaanxi Xi'an 710065, China; 2. Key Laboratory of Aeronautical Acoustics and Vibration Aerospace Science and Technology, Shaanxi Xi'an 710065, China;
 China Aircraft Strength Research Institute, Shaanxi Xi'an 710065, China)

ABSTRACT: In order to study the nonlinear vibration characteristics and mechanism of metal rubber vibration isolation system, the nonlinear dynamic model of the metal rubber vibration isolation system is established. The free vibration motion equation of the system and the forced vibration amplitude frequency response equation under simple harmonic excitation are derived

• 69 •

收稿日期: 2022-06-24; 修订日期: 2022-08-13

Received: 2022-06-24; Revised: 2022-08-13

作者简介:尹元西(1992—),男,硕士,工程师,主要研究方向为振动控制。

Biography: YIN Yuan-xi (1992-), Male, Master, Engineer, Research focus: vibration control.

引文格式: 尹元西,杨利,段宇星,等.基于平均法的金属橡胶隔振器非线性振动特性研究[J].装备环境工程,2022,19(9):069-077.

YIN Yuan-xi, YANG Li, DUAN Yu-xing, et al. Nonlinear Vibration Characteristics of Metal Rubber Vibration Isolator Based on Average Method[J]. Equipment Environmental Engineering, 2022, 19(9): 069-077.

by using the average method. The factors affecting the displacement transmissibility of the vibration isolation system are analyzed by numerical calculation. Then a compact metal rubber vibration isolator is designed, and the loading and unloading hysteresis loop is obtained through the static pressure test. The exponential stiffness model of metal rubber is established by using the fitting method. Under the same fitting effect, the parameters of the model are less. The nonlinear stiffness is brought into the vibration equation for solution, and the theoretical amplitude frequency response curve is obtained. At the same time, the sinusoidal sweep frequency experiment of the metal rubber vibration isolation system is carried out. The measured transmissibility amplitude frequency response under different vibration amplitudes is obtained and compared with the theoretical calculation results. The results show that the fitting parameters are related to the vibration characteristics of the system. The larger the fitting parameter k_1 , the lower the resonance frequency of the system, and the larger the fitting parameter k_2 , the higher the resonance frequency of the system. The maximum error between theoretical calculation and experimental results of resonance frequency is 2.1%, and the maximum error of amplification is 17.1%. This theoretical method can accurately calculate the resonance frequency, resonance amplification and jumping phenomenon of nonlinear vibration of the vibration isolation system. The method in this paper can accurately predict the nonlinear vibration characteristics of metal rubber vibration isolation system through the static pressure test data of metal rubber vibration isolator, and has certain application value for the design of metal rubber vibration isolation.

KEY WORDS: metal rubber; vibration isolation; nonlinear vibration; averaging method; jumping phenomenon

金属橡胶是一种多孔金属纤维材料,因其具有类 似橡胶的弹性,并且由金属制成而得名^[1]。在金属橡 胶受到压缩力时,载荷小时近似线性,随着载荷增大, 金属丝间距变小,丝间发生滑移摩擦,呈现出非线性 刚度的特性^[2]。除具有如橡胶材料的弹性和阻尼特性 外,还具有耐高低温、抗辐射、疲劳寿命长、在真空 中不挥发等特性,已经被大量应用于航空航天领域的 减振。

国内外学者对金属橡胶材料的力学模型进行了 大量的研究分析,可分为本构和唯象两大类方法^[3]。 本构方法通过建立结构微元的数学物理模型,再将其 拓展至宏观来表达材料的应力应变关系,关键在于微 元模型是否能真实反映实际结构,而金属橡胶的力学 性能与十几个参数强相关^[4],不存在既简单又准确的 本构模型,本构法尚不适用于工程应用。唯象法不关 注金属橡胶材料本身的变形机理,通过数学统计试验 数据的方法得到参数影响的规律, 拟合出本构关系。 此方法虽需要大量试验数据,但适用于工程应用,是 一种被广泛使用的方法^[5]。拟合方法多采用最小二乘 法。李宇燕等[6-8]建立了高度、密度、承载面积等多 种参数对金属橡胶本构关系的影响模型。Li 等^[9]以多 孔材料模型为基础,建立了反映金属橡胶非线性特征 的本构关系。Ma 等^[10]进一步对存在预压变形时金属 橡胶的力学性能进行了研究,指出预压量越大,金属 橡胶的刚度越大,非线性越明显。大量的工程实践表 明,由静态试验得到的拟合迟滞回线,无论以近似线 性的刚度,还是以非线性区的切线刚度计算的共振频 率,都与真实隔振系统的共振频率相差较大^[11],因此 本文通过非线性振动的解法求解金属橡胶隔振系统 的振动。

强非线性振动的解法主要包括有改进 L-P 法、椭

圆函数摄动方法、增量谐波平衡法(IHB法)、平均 法、多尺度法等^[12]。王长江等^[13]通过 IHB 法求解了 轮毂电机的非线性振动,结果表明,在振动中存在 跳跃现象。韩刚等[14]应用多尺度法分析了汽车悬架 系统几何非线性和非线性阻尼力对振动的影响。杨 坤鹏等[15]应用多尺度法对引入金属橡胶双折线本构 模型的振动系统进行了计算,得到了非线性系统的振 动特性。白鸿柏等[16]运用谐波平衡法,推导出了三次 非线性干摩擦系统在正弦激励下的频响方程,并进行 了求解。Hou等^[17]采用谐波平衡法求解了常数激励与 简谐激励共同作用下 Duffing 系统的非线性振动。惠 安民等[18]应用平均法研究了阻尼和刚度都存在非线 性的碟簧隔振单元的振动特性。赵权等[19]应用平均法 分析了一种准零刚度隔振系统的非线性振动特性,并 与试验结果吻合良好。综上所述,非线性振动的求解 分析方法被大量运用于众多领域中^[20-25],其中平均法 具有原理相对简单,求解快速的优点。

本文首先通过静压试验数据拟合建立一种机载 设备用金属橡胶隔振器的指数型非线性刚度模型, 将其代入系统方程,利用平均法推导出简谐激励下 的受迫振动幅频响应方程,通过数值法求解分析各 非线性参数对隔振系统的影响。随后进行了多幅值 的扫频试验,试验结果表明,该方法能够较为准确 地计算出金属橡胶隔振系统的非线性振动响应和非 线性跳跃现象。

1 金属橡胶隔振系统动力学模型

1.1 自由振动分析

建立金属橡胶机载设备隔振系统的动力学模型,

将机载设备简化为质量 m,隔振器简化为具有非线性 刚度的弹簧阻尼系统,如图 1 所示。列出其自由振动 平衡微分方程:

$$m\ddot{U} + c\dot{U} + k_1 e^{k_2 U} + k_3 = P \tag{1}$$

式中: *P* 为金属橡胶隔振器安装时的预压缩力; *U* 为系统的绝对位移; *u*₀ 为预压后的静位移; *k*₁、*k*₂ 为指数型非线性刚度模型的非线性系数。



图 1 非线性刚度的弹簧-质量系统 Fig.1 Spring-mass system with nonlinear stiffness

当系统发生振动时,系统在平衡位置 u₀ 附近运动,将 U=u₀+u 代入式(1)中,并且利用泰勒公式将 非线性刚度项展开,得:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k_1k_2e^{k_2u_0}u + \frac{e^{k_2u_0}}{2!}k_1k_2^2u^2 + \frac{e^{k_2u_0}}{3!}k_1k_2^3u^3 + \dots + \frac{e^{k_2u_0}}{n!}k_1k_2^nu^n = 0$$
(2)

此时系统的刚度变成多次项式,省略高次项,取 *n*=4,式(2)则可化简为:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k_1k_2e^{k_2u_0}u + \frac{e^{k_2u_0}}{2}k_1k_2^2u^2 + \frac{e^{k_2u_0}}{6}k_1k_2^3u^3 + \frac{e^{k_2u_0}}{24}k_1k_2^4u^4 = 0$$
(3)

设系统线性频率 $\omega_0^2 = \frac{e^{k_2 u_0} k_1 k_2}{2 \cdot m}$ 和无量纲参数

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_0} \quad , \qquad \mu_1 = \frac{e^{k_2 u_0} k_1 k_3^2}{2m\omega_0^2} \quad , \qquad \mu_2 = \frac{e^{k_2 u_0} k_1 k_3^3}{6m\omega_0^2}$$

 $\mu_3 = \frac{e^{\kappa_2 \omega_0} k_1 k_3^4}{24 m \omega_0^2}, 对其进行无量纲化处理,得到 Duffing$

系统方程:

$$\begin{cases} \ddot{u} + \omega_0^2 u = \varepsilon \cdot P(u, \dot{u}) \\ P(u, \dot{u}) = -\frac{1}{\varepsilon} \cdot (2\xi\omega_0 \dot{u} + \mu_1 u^2 + \mu_2 u^3 + \mu_3 u^4) \end{cases}$$
(4)

设系统的解为 $u = a(t) \cdot \cos \psi$, $\dot{u} = -a(t) \cdot \omega_0 \cdot \sin \psi$, 其中 $\psi = \omega_0 t + \beta(t)$, $a(t) \subset \beta(t)$ 为时间慢变函数。

将 u、 ü 代入式 (3), 并由
$$\frac{du}{dt} = \dot{u}$$
 得协调方程:

$$\begin{cases} \dot{a}\cos\psi - a\dot{\beta}\sin\psi = 0\\ -\dot{a}\sin\psi - a\dot{\beta}\cos\psi = \frac{\varepsilon P(u,\dot{u})}{\omega_0} \end{cases}$$
(5)

对式(5)进行解耦,得:

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\varepsilon}{\omega_0} P(a\cos\psi, -a\omega_0\sin\psi)\sin\psi \\ \dot{\beta} = \frac{\varepsilon}{a\omega_0} P(a\cos\psi, -a\omega_0\sin\psi)\cos\psi \end{cases}$$
(6)

利用平均化法,对式(6)在(0,2π)周期内进行 平均化处理,得:

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\varepsilon}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} P(a\cos\psi, -a\omega_0\sin\psi)\sin\psi d\psi = -a\xi\omega_0\\ \dot{\beta} = \frac{\varepsilon}{2\pi a\omega_0} \int_0^{2\pi} P(a\cos\psi, -a\omega_0\sin\psi)\cos\psi d\psi = \frac{3a^2\mu_2}{8\omega_0} \end{cases}$$
(7)

求解其一阶微分,代入到系统的解中,即可得到 近似的金属橡胶自由振动方程,见式(8)。

$$u = \left(e^{-\xi\omega_0 t} + a_0\right)\cos\left[\left(\frac{3a^2\mu_2}{8\omega_0} + \omega_0\right)t + \beta_0\right]$$
(8)

从式(8)中可以看出,金属橡胶非线性系统的 自由振动与系统的初始状态 a_0 、 β_0 ,系统的黏滞阻 尼系数 ξ ,三次非线性系数 μ_2 有关,与二次和四次非 线性系数无关。相同参数非线性系统与线性系统的对 比如图 2 所示,可以看出,随着时间的变化,非线性 系统不止振幅,其频率也随时间发生改变。



图 2 系统自由振动响应 Fig.2 System free vibration response diagram

1.2 简谐激励下的受迫振动分析

下面分析金属橡胶隔振系统的受迫振动,在式 (4)右端引入激励项 εF₀ cos ωt, ε 为小参量,同样 列出非线性系统受迫振动的 Duffing 方程:

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = \varepsilon \cdot [P(u, \dot{u}) + F_0 \cos \omega t]$$
(9)

令 $\omega^2 = \omega_0^2 (1 + \epsilon \sigma)$, σ 表征激励频率与固有频率的 偏移程度,式(9)可写为:

$$\begin{cases} \ddot{u} + \omega^{2}u = \varepsilon \cdot P_{1}(u, \dot{u}, \omega t) \\ P_{1}(u, \dot{u}, \omega t) = P(u, \dot{u}) + \omega_{0}^{2} \sigma u + F_{0} \cos \omega t \\ \vdots \\ \mathcal{O} \quad \lesssim \quad & \dot{\varsigma} \quad & \dot$$

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\frac{\varepsilon}{2\pi\omega} \int_{0}^{2\pi} P_{1}(a\cos\phi, -a\omega\sin\phi, \phi - \theta)\sin\phi d\phi = \\ &-\frac{\varepsilon}{2\omega} [A(a,\omega) - F_{0}\sin\theta] \\ \dot{\theta} &= \frac{\varepsilon}{2\pi a\omega} \int_{0}^{2\pi} P_{1}(a\cos\phi, -a\omega\sin\phi, \phi - \theta)\cos\phi d\phi = \\ &\frac{\varepsilon}{2a\omega} [B(a,\omega) + F_{0}\cos\theta] \end{aligned}$$
(12)
$$\ddagger \Phi : A(a,\omega) = 2a\xi\omega\omega_{0}, B(a,\omega) = \omega_{0}^{2} \left(-\frac{3}{2}a^{3}\mu_{2} + a\sigma \right)_{0} \end{aligned}$$

其中: $A(a,\omega) = 2a\xi\omega\omega_0$, $B(a,\omega) = \omega_0^2 \left(-\frac{5}{4}a^3\mu_2 + a\sigma\right)$ 。 令式 (12)两边分别相除,得: $\frac{da}{d\theta} = -\frac{a[A(a,\omega) - F_0\sin\theta]}{B(a,\omega) - F_0\cos\theta}$ (13) 该一阶微分方程在动相平面内有奇点 (a_s, θ_s) , 对 应系统的稳态响应解,为方程 $A(a_s, \omega) - F_0 \sin \theta_s = 0$, $B(a_s, \omega) - F_0 \cos \theta_s = 0$ 的解。联立消去变量 θ_s ,得到系 统的幅频响应关系:

$$A^{2}(a_{s},\omega)+B^{2}(a_{s},\omega)-F_{0}^{2}=0$$
(14)
代入整理得:

$$\left(1 - \gamma^2 + 0.75 \cdot \mu_2 a_s^2\right)^2 + \left(2\xi\gamma\right)^2 = \left(\frac{F_0}{\omega_0^2 a_s}\right)^2 \tag{15}$$

其中 $\gamma = \omega / \omega_0$,是外激励与系统线性固有频率的 比值。综上可知,金属橡胶的振动特性与系统的黏滞 阻尼系数 ξ 、三次非线性系数 μ 、外激励的最大力幅 F_0 相关,同时 μ_2 与非线性刚度拟合系数 k_1 、 k_2 相关。

1.3 参数对系统幅频响应的影响分析

利用数值法对式(15)进行求解,赋予不同的系 统参数,以频率比 γ 为变量,求解位移传递率T曲线, 用来描述金属橡胶隔振系统的隔振性能。通过式(15) 可知,影响系统隔振性能的有刚度拟合模型参数 k_1 、 k_2 ,阻尼比 ξ 和激励力幅值 F_0 等4个参数,下面分别 单独改变各参数,来研究它们对隔振性能的影响,如 图 3 所示。



图 3 系统参数对位移传递特性的影响 Fig.3 Influence of system parameters on displacement transmission characteristics

图 3a 为其余参数不变,改变刚度拟合参数 k₁的 位移传递率曲线。随着 k₁的递增,曲线的趋势整体 向左移动,系统的共振频率降低,共振放大倍数增大。 随着频率比的增大,不同 k₁的系统响应变化趋于一 致。从式(3)来看, k₁的增大对一次线性刚度的影 响最为明显,因此传递曲线有向线性系统传递曲线逐 步逼近的趋势。

图 3b 为其余参数不变, 刚度拟合参数 k₂ 变化对 系统传递特性的影响。随着 k₂ 的递增, 系统的共振 频率大幅度向高频移动, 跳跃现象更明显。综合公式 来看, k₂在非线性刚度多次项中也是多次方, 因此相 对于 k₁, k₂的变化对系统特性有着更显著的影响, k₂ 的取值对系统的隔振效率尤为重要。

图 3c 为其余参数为定值,激励力幅值 F_0 变化对 系统传递特性的影响。随着激励的递增,曲线有向右 移动的趋势。共振频率逐渐增大,系统的频率跳跃现 象趋于明显,共振放大倍数也逐渐增大。总而言之, 该隔振系统对小量值的振动有着更好的隔振效果。

图 3d 为其余参数不变,阻尼比 č 发生变化对系 统传递特性的影响。随着阻尼的减小,系统的共振放 大倍数和共振频率均增大,系统的非线性表现得越 强,跳跃现象更加明显。因此,适当高的阻尼比将有 效提高系统的隔振性能,金属橡胶的阻尼比为 0.1~0.2。

2 金属橡胶隔振器非线性刚度拟合

2.1 金属橡胶隔振器

通过上述对引入了非线性刚度模型的金属橡胶 隔振系统非线性振动特性的研究,可以得到系统的振 动特性与系统的粘滞阻尼系数 ζ、指数型非线性刚度 拟合系数 k₁、k₂相关。接下来研究非线性刚度与黏滞 阻尼系数的拟合方法。

根据工程的需要,设计了一种适用于飞机机载设 备的三向金属橡胶隔振器,该隔振器的结构如图4所 示。该隔振器主要由安装轴、上金属橡胶网垫、下金 属橡胶网垫、金属弹簧、下外壳、上外壳、垫片组成。 金属橡胶网垫的材料为0Cr18Ni9,金属弹簧为65Mn, 其余材料均为316不锈钢。其中安装轴与机载设备螺 接,在振动载荷下往复运动,向下运动时,轴向压缩 下网垫;向上运动时,轴向压缩上网垫;侧向运动时, 侧向压缩上网垫,轴向压缩下网垫。金属橡胶网垫为 核心组件, 嵌套在外壳和安装轴中, 安装时有一定的 预压力,以达到高静态低动态刚度特性,受压时提供 刚度,通过内部金属丝的摩擦提供阻尼。金属弹簧高 度低于下网垫,在过大载荷时提供额外的支撑力,起 到保护金属橡胶网垫的作用,防止网垫过载受压不回 复,提高隔振器的使用寿命。下外壳通过螺纹与设备 安装面连接。



图 4 金属橡胶隔振器 Fig.4 Metal rubber vibration isolator

2.2 金属橡胶隔振器静压试验

从隔振器工作原理可知, 刚度主要由金属橡胶网 垫受到压缩提供, 阻尼也由金属橡胶受压过程中的丝 间干摩擦力提供。因此, 为了得到金属橡胶隔振器的 刚度拟合模型, 需要对其进行静态压缩试验, 以得到 其加载--卸载过程的力--位移曲线。使用 LD26.205 电 子万能试验机对隔振器进行轴向压缩试验, 试验装置 如图 5 所示。对其施加 5 N 的预压力, 本次试验采用 位移控制方法, 最大压缩量为 1 mm, 加载和卸载速 率均为 2 mm/min。



图 5 静压试验装置 Fig.5 Static pressure test device

隔振器在加载--卸载过程中的力--位移曲线如图 6 所示。其表现出强非线性,随着网垫受压,金属橡 胶的刚度逐渐增大,线性模型无法准确表达隔振器 的刚度。同时,由于其内部的干摩擦力,同一位移 下,卸载过程的恢复力总是小于加载力,表现出迟 滞回线特性。

2.3 金属橡胶隔振器的刚度拟合模型

目前的研究多是利用最小二乘法将金属橡胶的 力-位移测试数据拟合成如式(16)的多次项式非线性 刚度模型。该方法可以很好地拟合出金属橡胶的力-位移关系,但要准确描述往往需要较高的阶数,需





要的参数较多。本文提出了一种指数型非线性刚度拟 合模型,见式(17)。该模型的拟合参数较少,仅需 要 *k*₁、*k*₂、*k*₃3个参数。

 $F = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n \tag{16}$

$$F = k_1 e^{k_2 x} + k_3 \tag{17}$$

用 Matlab 对隔振器静压试验数据进行最小二乘 拟合,指数拟合模型与多次项拟合模型的对比如图 7 所示。可以看出,指数拟合模型的拟合结果优于三次 多项式拟合,差于五次多项式拟合,与四次多项式拟 合接近,但3个拟合参数要少于四次多项式拟合的5 个参数。以上验证了指数拟合模型在参数少的情况下 具有良好的拟合效果。



图 7 各拟合模型力与位移拟合曲线

Fig.7 Fitting curve of force and displacement of each fitted model: a) exponential type; b) cubic polynomial type; c) quartic polynomial type; d) quintic polynomial type

2.4 金属橡胶隔振器阻尼估计

从宏观角度来看,加载和卸载曲线围成的面积就 是隔振器一次往复运动所耗散的能量,黏性阻尼比*ξ* 可以表征为^[26]:

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot Z = \frac{1}{2} \frac{\Delta W}{W} \tag{18}$$

式中: *Z* 为能量损耗因子; Δ*W* 为周期内损耗的 能量,即加载卸载曲线围成的面积; *W* 为最大弹性变 形能,即加载曲线与 *x* 轴围成的面积。

综上分析,该金属橡胶隔振器的非线性刚度可用 式(17)表达,其中拟合系数为 *k*₁=7.0、*k*₂=3.8、*k*₃=5.3, 阻尼参数可以由式(18)近似得到,阻尼比 ξ=0.22。

3 金属橡胶隔振系统试验及验证

3.1 试验方法及系统

为了研究金属橡胶隔振系统的非线性振动跳跃 现象,对隔振系统进行正弦扫频试验,得到系统在简 谐激励下的受迫振动幅频响应特性。

将 4 只金属橡胶隔振器对称分布安装在模拟质量的耳片上,隔振器下端安装在振动台上。扫频试验 采用位移控制,扫频范围为 10~200 Hz,数据采集仪 的采样频率设定为 2 048 Hz, 分别设置振幅为 0.7、1、 2 mm 进行试验。在振动台平面和模拟质量中点上布 置 2 只加速度传感器,采集振动信号,2 个信号的比 值即传递曲线。通过分析软件对采集到的信号进行频 域分析,得到金属橡胶隔振系统传递曲线。

试验系统主要由振动台、数据采集仪、分析软件、 控制仪和功率放大器组成。试验系统如图 8 所示。



3.2 试验结果与分析

对金属橡胶隔振系统进行垂向的正弦扫频试验, 振动台控制振幅分别为 0.7、1、2 mm 时的扫频曲线 如图9所示。可以看到, 当频率扫过传递率曲线最高 点后, 传递率值会突然往下跌落, 符合非线性振动的 跳跃现象,证明金属橡胶隔振器具有明显的非线性。 图 9 中竖线为通过只包含一阶线性刚度 $=\frac{e^{k_2 u_0} k_1 k_2}{2}$ 计算的系统固有频率为 37.4 Hz, 与实 ω_0^2 $\overline{2 \cdot m}$ 际隔振系统的共振频率相差较大,这是由于非线性引 起的频率右移。由大量的工程实践经验得知,将金属 橡胶隔振系统看作线性系统,通过金属橡胶的静压刚 度计算出的隔振频率往往小于实际频率,与本文试验 结果相符。振幅为 0.7 mm 时,系统共振频率为 64.8 Hz, 共振放大倍数为 2.45; 振幅为 1 mm 时, 系统共 振频率为 69.3 Hz, 共振放大倍数为 2.71; 振幅为 2 mm 时,系统共振频率为77.7 Hz,共振放大倍数为2.59。

随着振幅的递增,系统共振频率增大,试验得到的规 律基本符合图 3c 中对传递率的影响规律,验证了本 文计算方法的正确性。



将第 2 节得到的所有拟合参数代入系统幅频特 性公式进行计算, 金属橡胶隔振系统在不同振幅简谐 激励下的传递率理论计算结果和试验结果对比如图 10 所示。为了更直观对比,将试验结果的横轴除以 ω₀/2π, 变换为频率比 γ。到达共振频率前, 理论曲线 相对平缓,这是由于试验系统的加工、安装和控制等 误差的因素,偏差在合理范围内,理论曲线与试验曲 线基本吻合。到达共振频率时,可以看到理论曲线符 合试验曲线突然跌落的趋势,这就是非线性系统的跳 跃现象。图 10 中虚线表示跳跃的迹线,并且振幅越 大,这种跳跃现象越显著,验证了本文的理论方法可 以较好地反映出金属橡胶隔振系统的非线性振动特 性。通过共振频率后,理论曲线较试验曲线下降得更 快。这是由试验系统的结构阻尼和试验各安装组件之 间的摩擦力造成的,这些因素在理论计算中没有考虑 讲去。



图 10 不问振幅下的传递学曲线 Fig.10 Transmissibility curves at different amplitudes

表1统计对比了理论值与试验值的共振频率比、 共振放大倍数和其相对误差。可以看出,共振频率比 偏差小,理论方法可以准确计算出共振频率,共振放 大倍数误差相对较大,但在±20%的范围内。综上所述,本文的理论计算和分析方法可以较为准确地描述出金属橡胶隔振系统的非线性振动特性,利用本文的

表 1 理论与试验结果统计

Tab.1 Theoretical and experimental results statistics									
	振幅 0.7 mm			振幅 1 mm			振幅 2 mm		
	理论值	试验值	相对误差/%	理论值	试验值	相对误差/%	理论值	试验值	相对误差/%
共振频率比	1.69	1.70	0.6	1.71	1.74	1.6	2.74	2.80	2.1
共振放大倍数	2.03	2.45	17.1	2.61	2.92	10.6	2.13	2.57	17.1

方法,可以通过金属橡胶隔振器的静态力学测试数据 对隔振系统的共振频率和共振放大倍数进行较为准 确地预估计算。

4 结论

针对金属橡胶隔振系统,通过静刚度计算的共振 频率与实际相差较大、扫频试验中传递率曲线发生跳 跃等现象,通过参数化拟合与理论建模,运用平均法 推导出系统的幅频响应特性,分析了系统参数对其隔 振性能的影响,开展了简谐激励下不同振幅扫频试 验,得到了以下主要结论:

1)本文提出的指数型非线性刚度拟合模型在相同拟合精度的情况下,相比多次项式拟合模型,参数更少,可以将金属橡胶的非线性刚度进行参数化表征。

 2)系统的自由振动中,振动频率不仅与初始状态、黏滞阻尼系数 ξ 有关,还与金属橡胶的指数型拟 合模型参数有关,与线性系统不同,振动频率随时间 而变化。

3)系统的受迫振动中,随着激励力幅值的增大, 共振频率增大,共振放大倍数增大,共振峰向右移动; 随着拟合参数 k₁的递增,系统的共振频率降低,共振 放大倍数增大;随着拟合参数 k₂的递增,系统的共振 频率大幅度向高频移动,跳跃现象更明显;随着阻尼 比ζ的减小,系统的共振放大倍数和共振频率均增 大。理论计算的传递率曲线能够表现出非线性跳跃现 象,与扫频试验曲线吻合良好,随幅值增大的变化规 律基本一致,验证了金属橡胶隔振系统理论建模与计 算的正确性,利用此方法可以对金属橡胶隔振器的共 振频率进行有效的预估。

参考文献:

- 切戈达耶夫,李中郢. 金属橡胶构件的设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
 Chegodayev, LI Zhong-ying. Design of Metal Rubber Components[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.
- [2] MA Yan-hong, SCARPA F, ZHANG Da-yi, et al. A Nonlinear Auxetic Structural Vibration Damper with Metal Rubber Particles[J]. Smart Materials and Struc-

tures, 2013, 22(8): 084012.

- [3] 张大义,夏颖,张启成,等.金属橡胶力学性能研究进展与展望[J]. 航空动力学报,2018,33(6):1432-1445. ZHANG Da-yi, XIA Ying, ZHANG Qi-cheng, et al. Researches on Metal Rubber Mechanics Properties in Retrospect and Prospect[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(6):1432-1445.
- [4] HE Zhang-cheng, SHAO Yi-hu, ZOU Guang-ping. Research on Vibration Characteristic of Metal Rubber by Wire Mesh[J]. Applied Mechanics & Materials, 2014, 633-634: 242-245.
- [5] YU Hui-jie, SUN Xiu-ting, XU Jian, et al. Transition Sets Analysis Based Parametrical Design of Nonlinear Metal Rubber Isolator[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2017, 96: 93-105.
- [6] 李宇燕, 王炜. 不同结构参数金属橡胶材料的本构关系[J]. 西安工业大学学报, 2013, 33(4): 293-296.
 LI Yu-yan, WANG Wei. Constitutive Relationship of Metallic Rubbers with Various Structural Parameters[J].
 Journal of Xi'an Technological University, 2013, 33(4): 293-296.
- [7] 李宇燕,黄协清.高度对金属橡胶材料力学性能的影响[J].航空材料学报,2010,30(2):94-97.
 LI Yu-yan, HUANG Xie-qing. Effect of Height on Mechanical Properties of Metal-Rubber[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2010, 30(2): 94-97.
- [8] 李宇燕,黄协清.承载面积对金属橡胶材料本构关系的影响[J].振动测试与诊断,2010,30(5):544-546. LI Yu-yan, HUANG Xie-qing. Effect of Loaded Area on Constitutive Relation of Metal-Rubber[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(5): 544-546.
- [9] LI Yu-yan, HUANG Xie-qing, MAO Wen-xiong. A Theoretical Model and Experimental Investigation of a Nonlinear Constitutive Equation for Elastic Porous Metal Rubbers[J]. Mechanics of Composite Materials, 2005, 41(4): 303-312.
- [10] MA Yan-hong, ZHANG Qi-cheng, ZHANG Da-yi, et al. The Mechanics of Shape Memory Alloy Metal Rubber[J]. Acta Materialia, 2015, 96: 89-100.
- [11] ZHU Bin, MA Yan-hong, ZHANG Da-yi, et al. A Constitutive Model of Metal Rubber Based on Hysteresis Property[J]. Acta Physica Sinica Chinese Edition, 2012, 61(7):191-191.
- [12] 刘延柱,陈立群.非线性振动[M].北京:高等教育出版社,2001.
 LIU Yan-zhu, CHEN Li-qun. Nonlinear Vibrations[M].

Beijing: Higher Education Press, 2001.

 [13] 王长江, 王东方, 缪小冬. 轮毂电机非线性振动 IHB 法 分析[J/OL]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2022:
 1-6[2022-09-27]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1670.
 N.20210301.1147.004.html.

> WANG Chang-jiang, WANG Dong-fang, MIAO Xiao-do ng. Nonlinear Vibration Analysis of In-Wheel Motor by I HB Method[J/OL]. Journal of Nanjing University of Tech nology (Natural Science Edition), 2022: 1-6[2022-09-27]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1670.N.20210301.1147. 004.html.

- [14] 韩刚,刘瑞,吕鹤. 磁流变阻尼器悬架系统非线性振动 行为分析[J]. 机械科学与技术, 2022, 41(5): 703-710.
 HAN Gang, LIU Rui, LYU He. Analysis on Nonlinear Vibration Behavior of Suspension System with Magnetorheological Damper[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2022, 41(5): 703-710.
- [15] 杨坤鹏, 樊文欣, 朱家萱. 金属橡胶隔振器的非线性响 应特性[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(28): 176-180. YANG Kun-peng, FAN Wen-xin, ZHU Jia-xuan. The Nonlinear Response Characteristics of the Metal Rubber Absorber[J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(28): 176-180.
- [16] 白鸿柏,黄协清.含有三次非线性的粘性阻尼双线性 滞迟隔振系统[J].振动与冲击,1998,17(1):5-8.
 BAI Hong-bai, HUANG Xie-qing. The Viscously Damped Bilinear Hysteretic Vibration Isolation System with Nonlinear Cubic Restoring Force[J]. Journal of Vibration and Shock, 1998, 17(1): 5-8.
- [17] LU Zhen-yong, HOU Lei, CHEN Yu-shu, et al. Nonlinear Response Analysis for a Dual-Rotor System with a Breathing Transverse Crack in the Hollow Shaft[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(1/2): 169-185.
- [18] 惠安民,金映丽,张磊,等.边界摩擦条件下含有预紧的对合碟簧隔振单元的振动特性[J].振动与冲击,2021,40(2):228-234.
 HUI An-min, JIN Ying-li, ZHANG Lei, et al. Vibration Characteristics of a Disc Spring Vibration Isolator with Pre-Tightening under Boundary Friction Condition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(2): 228-234.
- [19] 赵权,李韶华,冯桂珍.一种准零刚度车载隔振系统的 设计与试验研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(6): 55-63. ZHAO Quan, LI Shao-hua, FENG Gui-zhen. Design and Test of a Quasi-Zero-Stiffness Vehicle Vibration Isolation System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(6): 55-63.
- [20] 李喜梅, 王建成, 母渤海. 多维非平稳随机激励下隔震

曲线梁桥的非线性振动控制[J]. 振动与冲击, 2022, 41(12): 67-74.

LI Xi-mei, WANG Jian-cheng, MU Bo-hai. Nonlinear Vibration Control of an Isolated Curved Girder Bridge under Multi-Dimensional Nonstationary Random Excitation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(12): 67-74.

 [21] 林荣洲, 侯磊, 孙传宗, 等. 某航空发动机整机系统非 线性振动特性分析[J]. 振动工程学报, 2022, 35(3): 557-568.
 LIN Rong-zhou, HOU Lei, SUN Chuan-zong, et al.

Nonlinear Vibration Analysis of the Overall Aeroengine System[J]. Journal of Vibration Engineering, 2022, 35(3): 557-568.

- [22] 杨明明. 单自由度车辆悬挂系统非线性振动特性研究
 [J]. 机械制造, 2022, 60(2): 5-7.
 YANG Ming-ming. Research on Nonlinear Vibration Characteristics of Single Freedom Degree Vehicle Suspension System[J]. Machinery, 2022, 60(2): 5-7.
- [23] 黄涛,刘晓波. 中介轴承-双转子-支承系统的非线性振动响应分析[J]. 失效分析与预防, 2022, 17(1): 9-17.
 HUANG Tao, LIU Xiao-bo. Nonlinear Vibration Response Analysis of Intermediate Bearing-Dual Rotor-Bearing System[J]. Failure Analysis and Prevention, 2022, 17(1): 9-17.
- [24] 李贞坤,程起有,冯志壮,等.微尺度悬臂梁非线性振动实验研究与理论分析[J].实验力学,2021,36(6): 793-803.

LI Zhen-kun, CHENG Qi-you, FENG Zhi-zhuang, et al. Experimental and Theoretical Study on the Nonlinear Vibration of Cantilever Microbeams[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2021, 36(6): 793-803.

- [25] 沈国际, 官凤娇, 边子方, 等. 裂纹叶片非线性振动响 应理论分析与实验验证[J]. 国防科技大学学报, 2021, 43(6): 127-134.
 SHEN Guo-ji, GUAN Feng-jiao, BIAN Zi-fang, et al. Theoretical Analysis and Experimental Verification of Nonlinear Vibrational Response of Cracked Blade[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(6): 127-134.
- [26] 李宇燕,黄协清.金属橡胶材料阻尼性能的影响参数
 [J].振动、测试与诊断,2009,29(1):23-26.
 LI Yu-yan, HUANG Xie-qing. Influencing Factors of Damping Characteristic for Metal Rubber[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(1):23-26.

责任编辑:刘世忠