

武器装备

随机振动加速度响应谱及与冲击等效性分析

陈江攀, 刘艳, 刘艺, 王增凯, 孙立敏

(北京电子工程总体研究所, 北京 100854)

摘要: **目的** 获得随机振动的加速度响应谱, 提升随机振动与冲击的等效性分析精度。**方法** 首先, 基于维纳-辛钦定理, 推导单自由度系统在随机振动基础激励作用下加速度响应均方值的通用表达式; 其次, 分别推导单自由度系统在理想白噪声和限带非均匀谱随机振动基础激励作用下的加速度响应均方值; 再次, 基于 3σ 准则, 推导限带非均匀谱随机振动的 3σ 加速度响应谱; 最后, 基于加速度响应等效, 通过将装备随机振动条件的 3σ 加速度响应谱与冲击条件的冲击响应谱进行等效性分析, 对 GJB 150.18A—2009 中的冲击试验剪裁条件进行精细优化。**结果** 精细优化后, 可有效改善冲击试验剪裁条件的工程实施精度。**结论** 获得了限带非均匀谱随机振动的 3σ 加速度响应谱, 并基于此对 GJB 150.18A—2009 中的冲击试验剪裁条件进行了精细优化, 对于装备合理剪裁冲击试验具有借鉴意义。

关键词: 随机振动; 维纳-辛钦定理; 加速度响应谱; 限带非均匀谱; 冲击响应谱; 冲击试验

中图分类号: TJ760; V216.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9242(2024)01-0001-08

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2024.01.001

Acceleration Response Spectrum of Random Vibration and Equivalence Analysis with Shock Test

CHEN Jiangpan, LIU Yan, LIU Yi, WANG Zengkai, SUN Limin

(Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China)

ABSTRACT: The work aims to obtain the ARS (acceleration response spectrum) of random vibration and then to improve the analysis accuracy of the equivalence between random vibration and shock test. Firstly, the universal expression of the acceleration response RMS (root-mean-square) value of a single DOF (degree-of-freedom) vibration system under the action of random vibration base excitation was achieved according to the Wiener-Khintchine theorem. Secondly, the acceleration response RMS value of the single DOF vibration system under the action of both white noise and random vibration with band-limited and non-uniform PSD (power spectral density) was deduced respectively. Thirdly, the 3σ ARS of random vibration with band-limited and non-uniform PSD was established on the basis of the 3σ guidelines. Lastly, in view of the equivalence of acceleration response, the cutting conditions for shock test were optimized through comparing the 3σ ARS of equipment random vibration test conditions with the SRS (shock response spectrum) of equipment shock test conditions. The analysis results of three examples indicated that the application accuracy in engineering of the cutting conditions for shock test was improved after optimization. In summary, the 3σ ARS of random vibration with band-limited and non-uniform PSD is established in this work,

收稿日期: 2023-08-05; 修订日期: 2023-10-14

Received: 2023-08-05; Revised: 2023-10-14

基金项目: 中国航天科工集团第二研究院质量与技术基础自筹基金项目 (E23A013)

Fund: Quality and Technology Foundation Self-financing Project of the Second Academy of CASIC (E23A013)

引文格式: 陈江攀, 刘艳, 刘艺, 等. 随机振动加速度响应谱及与冲击等效性分析[J]. 装备环境工程, 2024, 21(1): 1-8.

CHEN Jiangpan, LIU Yan, LIU Yi, et al. Acceleration Response Spectrum of Random Vibration and Equivalence Analysis with Shock Test[J]. Equipment Environmental Engineering, 2024, 21(1): 1-8.

and then the cutting conditions for shock test in GJB 150.18A-2009 are optimized on account of the equivalence of acceleration response. It provides references for more reasonably cutting the shock test for equipment.

KEY WORDS: random vibration; Wiener-Khinchine theorem; acceleration response spectrum; band-limited and non-uniform PSD; shock response spectrum; shock test

随机振动和冲击是导弹装备在其寿命期所必须经受的复杂恶劣力学环境。随机振动环境主要包括运输振动和飞行振动,其中飞行振动由气动噪声、发动机工作等诱发产生,具有频带宽(可覆盖至2 000 Hz)、强度高、随机性大等特点,可能引起或加剧导弹的结构疲劳、组件和零件的机械磨损、元器件的性能衰退或失效、光学上或机械上的失调等^[1-4]。冲击环境由导弹装备的运输跌落、弹射、点火、爆炸分离等寿命期事件诱发产生,其中爆炸分离冲击的频率范围可覆盖100 Hz~1 000 kHz,持续时间通常在20 ms以内,加速度响应可高达 $3 \times 10^5 g$,极易造成微电子芯片结构完整性破坏、继电器抖动、脆性元件裂纹或破坏等,但其高频能量会因传递路径中的不连续结构明显衰减^[5-8]。在运输跌落和弹射等多数机械冲击环境的作用下,装备的主要响应频率不超过2 000 Hz,可能导致电路板故障或失效、机械零件损坏、材料低周疲劳等^[9]。因此,导弹装备必须针对寿命期预期可能遇到的随机振动和冲击环境开展环境适应性设计与实验室环境试验验证,以确保任务成功。

GJB 150.16A—2009^[4]和GJB 150.18A—2009^[9]分别规定了装备实验室环境试验中的振动和冲击试验方法。其中,GJB 150.18A—2009在第4.1.3.2节c)条中指出:“如果冲击试验量级没有振动试验量级严酷,可以从试验序列中删除冲击试验”,并在第4.3.2节中进一步对冲击试验的剪裁条件进行了论述,即“如果有关标准规定装备要进行随机振动试验和冲击试验,且两项试验对装备的系统完好性要求相当,根据规定的随机振动激励谱求得单自由度系统的高斯 3σ 加速度响应谱(Acceleration Response Spectrum, ARS),在指定的固有频率范围内,每一处都超过根据规定的冲击激励求得的最大加速度冲击响应谱(Shock Response Spectrum, SRS),则认为随机振动试验是足够严酷的,可用一个相对比较量级的随机振动试验来代替相对较低量级的冲击试验^[9]”,并给出了随机振动 3σ ARS的计算公式,即经典的Miles公式^[10]。文献[11]针对GJB 150.18A—2009中的冲击试验剪裁条件,基于Miles公式,从潜在疲劳损伤的角度对冲击与振动的等效性进行了补充说明,并得出结论“如果振动和冲击试验的量级相同,则几乎总能证明振动试验的验证更为充分”。文献[12]从疲劳损伤的角度入手,基于GJB 150.18A—2009中的冲击试验剪裁条件,利用Miles公式和Miner累积损伤假设计算对比了GB/T 21563—2008中模拟长寿命试验(随机振动)和冲击试验对产品所造成的潜在疲劳

损伤,并得出结论:当采用此标准进行力学环境试验时,若产品能够经受住模拟长寿命试验考核,可将冲击试验剪裁。

不难看出,目前相关标准及研究中对于冲击试验剪裁的讨论,大都是基于Miles公式计算随机振动条件的 3σ ARS,并进一步与冲击试验进行等效性分析。Miles公式自提出至今,在航天领域随机振动环境下的结构设计载荷等效方面得到了广泛应用^[13-21]。Miles公式的假设条件要求随机振动环境为白噪声^[22],但在工程实际中,装备的随机振动环境并非白噪声,随机振动条件的功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)通常为限带非均匀谱,与白噪声的全频域均匀PSD存在差异。这就意味着,目前工程中利用Miles公式计算装备随机振动条件的 3σ ARS,可能导致部分频率的响应偏大,即直接利用Miles公式的计算结果作为冲击试验的剪裁条件,存在“过度剪裁”导致冲击“欠试验”的风险。

文中针对GJB 150.18A—2009中基于Miles公式的冲击试验剪裁条件可能导致“欠试验”的情况,首先,通过利用维纳-辛钦定理推导获得了单自由度系统在随机振动基础激励作用下的加速度响应均方值(Root-Mean-Square, RMS)的通用表达式;然后,针对装备随机振动条件的谱型特征,进一步推导获得了单自由度系统在限带非均匀谱随机振动基础激励作用下的加速度响应RMS;最后,基于 3σ 准则推导获得了限带非均匀谱随机振动的 3σ ARS,并对冲击试验的剪裁条件进行了精细优化,为装备更为合理地剪裁冲击试验提供了一种新思路。

1 单自由度系统的随机振动响应

1.1 对随机振动的响应

图1给出了单自由度系统在基础激励作用下的振动模型,其中: t 代表时间; $\ddot{u}(t)$ 代表基础激励加速度; m 、 c 、 k 分别代表单自由度系统的质量、阻尼和刚度;

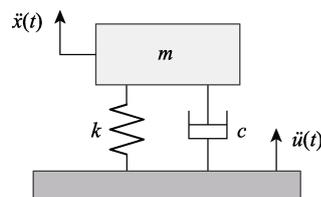


图1 单自由度系统在基础激励作用下的振动模型
Fig.1 Vibration model of single DOF system under the action of base excitation

$\ddot{x}(t)$ 代表单自由度系统的振动响应绝对加速度。

假设基础激励加速度 $\ddot{u}(t)$ 为随机振动, 则单自由度系统的振动响应绝对加速度 $\ddot{x}(t)$ 也为随机振动, 二者之间的传递关系为:

$$S_x(\omega) = |H(\omega)|^2 S_u(\omega) \quad (1)$$

式中: ω 为角频率; $S_u(\omega)$ 和 $S_x(\omega)$ 分别为 $\ddot{u}(t)$ 和 $\ddot{x}(t)$ 的 PSD; $H(\omega)$ 为基础激励加速度与单自由度系统振动响应绝对加速度之间的频域传递函数^[23], 见式 (2)。

$$H(\omega) = \frac{\omega_0^2 + 2j\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega} \quad (2)$$

式中: j 为虚数单位; ω_0 和 ξ 分别为单自由度系统的固有角频率和阻尼比, 见式 (3)。

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \xi = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (3)$$

进一步整理可得:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\omega_0^4 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} \quad (4)$$

根据维纳-辛钦定理, 随机振动的自相关函数为^[24]:

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (5)$$

式中: τ 为时间; $R(\tau)$ 和 $S(\omega)$ 分别为随机振动的自相关函数和 PSD。将式 (1) 代入式 (5), 并整理可得:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_u(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (6)$$

式中: $R_x(\tau)$ 代表 $\ddot{x}(t)$ 的自相关函数。进一步, 令 $\tau=0$, 则可获得 $\ddot{x}(t)$ 的 RMS ϕ_x^2 , 见式 (7)^[24]。

$$\phi_x^2 = R_x(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_u(\omega) d\omega \quad (7)$$

式 (7) 即为单自由度系统在随机振动基础激励作用下的加速度响应 RMS 的通用表达式。

1.2 对理想白噪声的响应

一个理想的白噪声, 其所有频率下的谱密度是一致的, 即理想白噪声的 PSD 在全频域为均匀的水平谱。假设图 1 中基础激励加速度 $\ddot{u}(t)$ 为理想白噪声, 即 $S_u(\omega) = S_u$ 为常数。由于 $S_u(\omega)$ 为双边 PSD, 对应的单边 PSD 也为常数, 记为 G_u , 则有 $S_u = G_u/2$ ^[22], 代入式 (7) 可得:

$$\phi_x^2 = \frac{G_u}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (8)$$

求解式 (8) 需首先获得不定积分 $\int |H(\omega)|^2 d\omega$ 的表达式。由式 (4) 可得:

$$\begin{aligned} \int |H(\omega)|^2 d\omega &= \int \frac{\omega_0^4 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} d\omega = \\ &\omega_0^4 \int \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} d\omega + \\ &4\xi^2\omega_0^2 \int \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} d\omega = \\ &\omega_0^4 A + 4\xi^2\omega_0^2 B \end{aligned} \quad (9)$$

其中, A 和 B 的表达式为:

$$\begin{aligned} A &= \int \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} d\omega \\ B &= \int \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2} d\omega \end{aligned} \quad (10)$$

对于式 (10) 中的不定积分, 文献[25]附录 A6 给出了此类不定积分的递推计算方法。记不定积分 $I_b(h)$ 的表达式为:

$$I_b(h) = \frac{4\xi}{\pi} \int \frac{h^b}{(1-h^2)^2 + 4\xi^2 h^2} dh \quad (11)$$

式中: $h = \omega/\omega_0 = f/f_0$ 。式 (11) 的计算结果为^[25]:

$$\begin{cases} I_b(h) = \frac{4\xi}{\pi} \frac{h^{b-3}}{b-3} + 2(1-2\xi^2)I_{b-2} - I_{b-4}, b \neq 3 \\ I_3(h) = \frac{4\xi}{\pi} \ln h + 2(1-2\xi^2)I_1 - I_{-1}, b = 3 \end{cases} \quad (12)$$

此时, 根据式 (11) 和式 (12) 可获得 A 和 B 的计算结果为^[25]:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{8\omega_0^3 \sqrt{1-\xi^2}} \ln \frac{h^2 + 2h\sqrt{1-\xi^2} + 1}{h^2 - 2h\sqrt{1-\xi^2} + 1} + \\ &\frac{1}{4\xi\omega_0^3} \left(\arctan \frac{h + \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} + \arctan \frac{h - \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \\ B &= \frac{1}{8\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \ln \frac{h^2 - 2h\sqrt{1-\xi^2} + 1}{h^2 + 2h\sqrt{1-\xi^2} + 1} + \\ &\frac{1}{4\xi\omega_0} \left(\arctan \frac{h + \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} + \arctan \frac{h - \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

将式 (9) 和式 (13) 代入式 (8) 并整理可得:

$$\phi_x^2 = \frac{G_u \omega_0}{8\xi} (1 + 4\xi^2) = \frac{\pi G_u f_0 Q}{2} \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) \quad (14)$$

式中: Q 为品质因子, $Q = 1/(2\xi)$; f_0 为单自由度系统的固有频率, $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ 。

式 (14) 即为单自由度系统在理想白噪声基础激励作用下的加速度响应 RMS。进一步, 若图 1 所示模型为微阻尼振动系统 (在航空航天领域, 通常取 ξ

$\leq 0.05^{[26]}$), 则基于 3σ 准则, 该单自由度系统在理想白噪声基础激励作用下的 3σ 加速度响应为:

$$Y(f_0) = 3\sqrt{\varphi_x^2} \approx 3\sqrt{\frac{\pi G_u f_0 Q}{2}} \quad (15)$$

式(15)即为经典的 Miles 公式。

1.3 对限带非均匀谱的响应

工程实际中, 装备所经受的随机振动环境并非理想白噪声, 对应的实验室环境试验条件是在双对数坐标系下以若干条连续折线谱的形式给出, 频率范围通常为 20~2 000 Hz, 即装备的随机振动条件为典型的限带非均匀谱。双对数坐标系下折线谱 $S_u(f)$ 的表达式为:

$$S_u(f) = S_{u1} \left(\frac{f}{f_1} \right)^r, r = \frac{\lg(S_{u2}/S_{u1})}{\lg(f_2/f_1)} \quad (16)$$

式中: f_1 、 f_2 和 S_{u1} 、 S_{u2} 分别为折线谱 2 个端点的频率值和 PSD 量值, 即折线谱的频率范围为 $f_1 \leq f \leq f_2$ 。根据 $S_u(f)$ 的谱型特征, 当 $S_{u2} < S_{u1}$ 时, $r < 0$, 折线谱为下降谱; 当 $S_{u1} = S_{u2}$ 时, $r = 0$, 折线谱为平直谱; 当 $S_{u2} > S_{u1}$ 时, $r > 0$, 折线谱为上升谱。此外, 式(16)还可写为:

$$S_u(\omega) = S_{u1} \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^r, r = \frac{\lg(S_{u2}/S_{u1})}{\lg(\omega_2/\omega_1)} \quad (17)$$

1.3.1 对平直谱的响应

对于试验条件中的平直谱, 记其 PSD 量值为 S_u 。根据式(7), 可计算获得单自由度系统在该限带平直谱基础激励作用下的加速度响应 RMS:

$$\varphi_x^2 = \frac{S_u}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (18)$$

式中: 定积分可由式(9)和式(13)计算获得。

1.3.2 对非平直谱的响应

对于试验条件中的上升谱或下降谱, 将式(4)和(17)代入式(7), 可计算获得单自由度系统在该限带非平直谱基础激励作用下的加速度响应 RMS:

$$\varphi_x^2 = \frac{S_{u1}}{2\pi\omega_1^r} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega_0^4 \omega^r + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^{2+r}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2} d\omega = \quad (19)$$

$$\frac{S_{u1}\omega_0^4}{2\pi\omega_1^r} C + \frac{2\xi^2 S_{u1}\omega_0^2}{\pi\omega_1^r} D$$

其中, C 和 D 的表达式为:

$$C = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega^r}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2} d\omega \quad (20)$$

$$D = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega^{2+r}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2} d\omega$$

式中: 定积分 C 和 D 可由式(11)和式(12)进行递推计算获得。

1.3.3 对随机振动条件的响应

假设随机振动条件在双对数坐标系下由 n 条连续折线谱组成, 则根据式(16)和式(17)可得对应 PSD 的表达式 $S_u(\omega)$ 为:

$$S_u(\omega) = S_u^i \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^{r_i}, \omega_i \leq \omega \leq \omega_{i+1} \quad (21)$$

式中: i 为折线谱的序号, $i=1, 2, \dots, n$; ω_i 和 ω_{i+1} 分别为第 i 段折线谱 2 个端点频率值 f_i 和 f_{i+1} 对应的角频率; S_u^i 代表频率值 f_i 的 PSD 量值; r_i 的表达式见式(22)。

$$r_i = \frac{\lg(S_u^{i+1}/S_u^i)}{\lg(\omega_{i+1}/\omega_i)} \quad (22)$$

此时, 将式(21)代入式(7), 可计算获得单自由度系统在随机振动条件基础激励作用下的加速度响应 RMS:

$$\varphi_x^2 = \sum_{i=1}^n \varphi_{xi}^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} |H(\omega)|^2 S_u(\omega) d\omega \right] \quad (23)$$

式(23)即为单自由度系统在限带非均匀谱随机振动条件基础激励作用下的加速度响应 RMS。其中, 当 $r_i = 0$ 时, φ_{xi}^2 可根据式(18)并利用式(9)和式(13)计算获得; 当 $r_i \neq 0$ 时, φ_{xi}^2 可根据式(19)并利用式(11)和式(12)计算获得。

2 冲击试验剪裁条件精细优化

2.1 最大绝对加速度冲击响应谱

以一组具有不同固有频率、相同阻尼比的单自由度系统作为参考系统, SRS 是这组单自由度系统在基座受所测冲击环境激励时, 其质量块的最大响应, 该响应是单自由度系统固有频率和阻尼比的函数^[26]。GJB 150.18A—2009 中指出, “推荐使用最大绝对加速度 SRS 作为冲击响应的描述方法^[9]”。最大绝对加速度 SRS 的基本原理如图 2 所示, 其中: $\ddot{u}(t)$ 为给定的冲击环境; $f_v(v=1, 2, \dots, w)$ 为第 v 个单自由度系统的固有频率; $\ddot{y}_v(t)$ 和 $A(f_v)$ 分别为第 v 个单自由度系统在给定冲击环境基础激励作用下的绝对加速度响应及其绝对值的最大值, $A(f_v)$ 即为给定冲击环境的最大绝对加速度 SRS。SRS 的数值方法详见参考文献[26-27]。对于 SRS 的解析方法, $\ddot{y}_v(t)$ 和 $A(f_v)$ 的计算公式为:

$$\ddot{y}_v(t) = \int_0^t \ddot{u}(t-\tau) h_v(\tau) d\tau, A(f_v) = \max |\ddot{y}_v(t)| \quad (24)$$

式中: $h_v(\tau)$ 为第 v 个单自由度系统的单位脉冲载荷绝对加速度响应, 其表达式见式(25)。

$$h_v(\tau) = \omega_{dv} e^{-\xi\omega_v\tau} \left[\frac{1-2\xi^2}{1-\xi^2} \sin(\omega_{dv}\tau) + \frac{2\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos(\omega_{dv}\tau) \right] \quad (25)$$

式中: ω_v 为第 v 个单自由度系统的固有角频率, $\omega_v = 2\pi f_v$; ω_{dv} 的表达式见式 (26)。

$$\omega_{dv} = \omega_v \sqrt{1 - \xi^2} \quad (26)$$

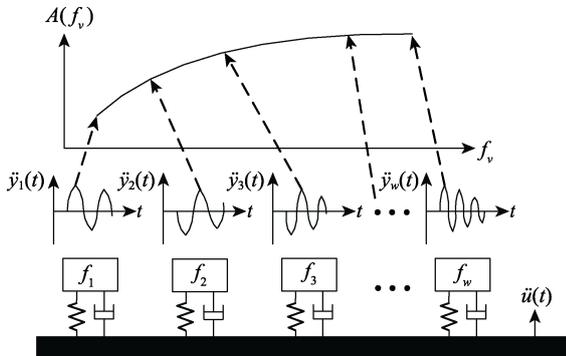


图 2 SRS 基本原理
Fig.2 Basic principle of SRS

2.2 随机振动 3σ 加速度响应谱

根据式 (23), 图 2 中各单自由度系统在限带非均匀谱随机振动条件基础激励作用下的加速度响应 RMS 为:

$$\varphi_x^2(f_v) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} |H_v(\omega)|^2 S_u(\omega) d\omega \right] \quad (27)$$

式中: $\varphi_x^2(f_v)$ 为第 v 个单自由度系统的加速度响应 RMS; $H_v(\omega)$ 代表基础激励加速度与第 v 个单自由度系统振动响应绝对加速度之间的频域传递函数, 其表达式见式 (2)。

进一步, 基于 3σ 准则, 将式 (27) 代入式 (15) 可得:

$$Y(f_v) = 3\sqrt{\varphi_x^2(f_v)} \quad (28)$$

式 (27) 和式 (28) 即为限带非均匀谱随机振动条件的 3σ ARS。

2.3 随机振动与冲击等效性分析

总结 GJB 150.18A—2009 中给出的冲击试验剪裁条件: 若随机振动试验与冲击试验对装备的系统完好性要求相当, 且随机振动条件的 3σ ARS 可在全频带完全覆盖冲击条件的 SRS, 则在装备开展随机振动试验的前提下, 可考虑剪裁冲击试验。表示为式 (29)。

$$Y(f_v) \geq A(f_v), f_x \leq f_v \leq f_s \quad (29)$$

式中: f_x 和 f_s 分别为随机振动和冲击试验条件频率范围的下限频率和上限频率。

上述提到, GJB 150.18A—2009 中给出的随机振动条件的 3σ ARS 是基于 Miles 公式计算获得的, 考虑到 Miles 公式的假设条件要求随机振动环境为白噪声, 与装备随机振动条件的限带非均匀谱存在差异, 直接利用 Miles 公式计算随机振动条件的 3σ ARS, 可能导致部分频率的响应结果偏大, 从而存在“过度剪

裁”导致“欠试验”的风险。文中针对装备随机振动条件谱型特征推导获得的限带非均匀谱随机振动 3σ ARS 的计算公式, 可以提升随机振动与冲击的等效性分析精度, 以避免冲击试验“过度剪裁”的发生。

3 应用验证

以表 1 和图 3 所示的 3 组随机振动条件为例, 分别利用文中方法和 Miles 公式计算获得了对应的 3σ ARS, 并将计算结果进行了对比, 对比结果如图 4 所示。在计算 3σ ARS 时, 频率分辨率为线性频率分辨率, 频率间隔为 1 Hz, 阻尼比取 $\xi=0.05$, 对应的品质因子取 $Q=10$ 。

表 1 3 组随机振动条件

Tab.1 Three examples of random vibration conditions

条件 1	条件 2	条件 3	
频率/PSD 量值/ Hz ($g^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$)	频率/Hz PSD 量值	频率/Hz PSD 量值/ ($g^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$)	
20~100	+6 dB/oct	20~35	2
100~200	0.15 g^2/Hz	40~60	0.3
201~219	0.4 g^2/Hz	70~120	0.12
220~450	0.15 g^2/Hz	150~1 100	0.06
451~499	0.08 g^2/Hz	1 101~1 299	0.2
500~1 000	0.15 g^2/Hz	1 300~1 500	0.06
1 000~2 000	-6 dB/oct	1 650~2 000	0.2

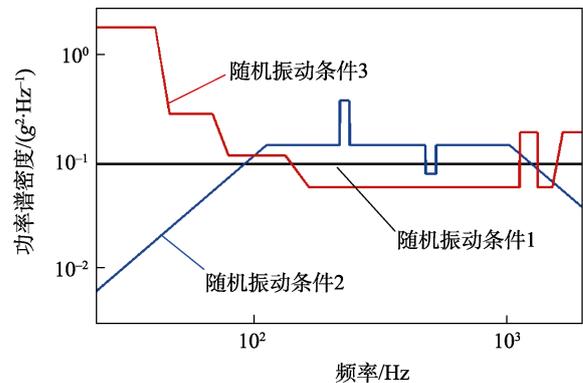


图 3 3 组随机振动条件算例

Fig.3 Three examples of random vibration conditions

此外, 将 $h = \omega / \omega_0 = f / f_0$ 代入式(4), 则可得传递率 $T(h)$ 的表达式:

$$T(h) = \frac{1 + 4\xi^2 h^2}{(1 - h^2)^2 + 4\xi^2 h^2} \quad (30)$$

对于微阻尼振动系统, 有 $0 < h < \infty$, 且当 $0 < h \leq 1$ 时, $T(h)$ 单调递增; 当 $1 \leq h < \infty$ 时, $T(h)$ 单调递减; 当 $h=1$ 时, $T(h)=1+1/4\xi^2$ 为最大值; 当 $h \ll 1$ 时, $T(h) \approx 1$; 当 $h = \sqrt{2}$ 时, $T(h)=1$; 当 $h \gg 1$ 时, $T(h) \approx 0$ 。取阻尼比 $\xi=0.05$, 则传递率 $T(h)$ 的曲线如图 5 所示。

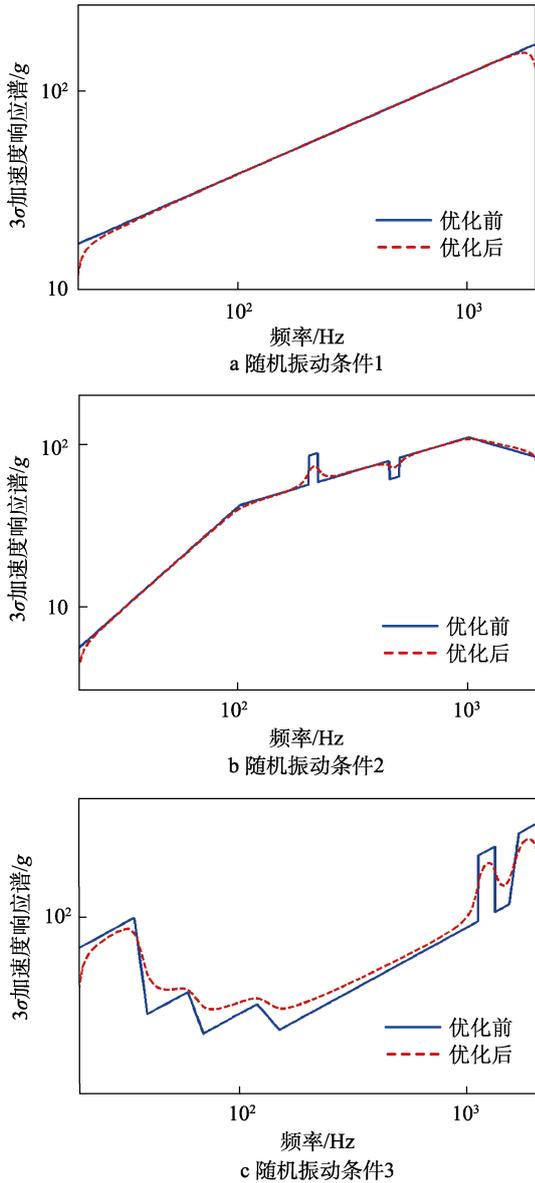


图4 冲击试验剪裁条件优化前后计算结果对比
 Fig.4 Calculation results before and after optimization of cutting conditions for shock test: a) random vibration condition 1; b) random vibration condition 2; c) random vibration condition 3

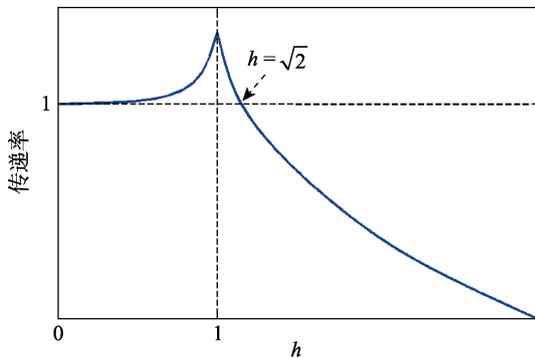


图5 传递率曲线
 Fig.5 Transfer rate curve

根据式(23)、式(30)以及图5可知,对于单自由度系统,在限带非均匀谱随机振动条件基础激励

作用下的加速度响应 RMS,主要影响因素为 $1-\xi \leq h \leq 1+\xi$ 频带内(半功率带宽^[28])随机振动条件的 PSD 量值,其次为 $0 < h < 1-\xi$ 和 $1+\xi < h \leq \sqrt{2}$ 频带内随机振动条件的 PSD 量值,而 $h > \sqrt{2}$ 的高频影响则相对较小。基于此,以固有频率为 f_0 的单自由度系统为例,分别记随机振动条件的下限频率和上限频率为 f_x 和 f_s ,进一步分析图4中优化前后计算获得的 3σ ARS 存在差异的原因:

1) 当 f_0 接近 f_x 时,则在 $0 < h < \beta$ 频带内,随机振动条件的 PSD 量值为 0。其中, $\beta \leq 1$,且 β 随着 f_0 的不断增大而减小,当 $f_0=f_x$ 时, $\beta=1$ 。故对于图4中此种情况,优化前结果高于优化后结果,在 f_x 处差异最大,且该差异随着频率的不断增大而减小。

2) 当 f_0 接近 f_s 时,则在 $h > \beta$ 频带内,随机振动条件的 PSD 量值为 0。其中, $\beta \geq 1$,且 β 随着 f_0 的不断增大而减小,当 $f_0=f_s$ 时, $\beta=1$ 。故对于图4中此种情况,优化前结果高于优化后结果,在 f_s 处差异最大,且该差异随着频率的不断减小而减小。

3) 当 f_0 为拐点频率,且右侧折线谱的斜率为正时,则在 $h > 1$ 的相邻频带内,随机振动条件下,PSD 的量值高于 $h=1$ 时随机振动条件的 PSD。故对于图4中此种情况,优化前结果低于优化后结果。

4) 当 f_0 为拐点频率,且右侧折线谱的斜率为负时,则在 $h > 1$ 的相邻频带内,随机振动条件下,PSD 的量值低于 $h=1$ 时随机振动条件的 PSD。故对于图4中此种情况,优化前结果高于优化后结果。

5) 当 f_0 在随机振动条件 PSD 明显上凸的频带内时,则在 $0 < h < \beta$ 频带内,随机振动条件的 PSD 低于 $h=1$ 时随机振动条件的 PSD。其中, $\beta \leq 1$ 。故对于图4中此种情况,优化前结果高于优化后结果。

6) 当 f_0 在随机振动条件 PSD 明显下凹的频带内时,则在 $0 < h < \beta$ 频带内,随机振动条件下,PSD 的量值高于 $h=1$ 时随机振动条件的 PSD。其中, $\beta \leq 1$ 。故对于图4中此种情况,优化前结果低于优化后结果。

7) 对于具有复杂谱型特征的随机振动条件,其 3σ ARS 在优化前后存在差异的原因可能是上述多条因素综合作用所致。

综上所述,考虑到装备随机振动条件的限带非均匀谱特征,利用 Miles 公式计算 3σ ARS 存在部分频率结果过大的情况,故直接将该计算结果与冲击试验的 SRS 进行严酷度对比,并基于对比结果对冲击试验进行剪裁,可能会导致冲击“欠试验”发生,从而影响装备地面试验验证的充分性。文中所提方法可有效提升限带非均匀谱随机振动条件 3σ ARS 的计算精度,进而可有效降低 GJB 150.18A—2009 中基于 Miles 公式的冲击试验剪裁条件存在的“过度剪裁”风险。

4 结论

1) 基于维纳-辛钦定理, 推导获得了单自由度系统在随机振动基础激励作用下加速度响应 RMS 的通用表达式, 并给出了理想白噪声对应的加速度响应 RMS, 与 Miles 公式一致。

2) 针对装备随机振动条件的谱型特征, 推导获得了单自由度系统在限带非均匀谱随机振动基础激励作用下的加速度响应 RMS, 并给出了具体的计算方法。

3) 基于 3σ 准则推导获得了限带非均匀谱随机振动的 3σ ARS, 并对 GJB 150.18A—2009 中基于 Miles 公式的冲击试验剪裁条件进行了精细优化。算例计算结果表明, 精细优化后可有效提升随机振动与冲击的等效性分析精度, 避免冲击的“过度剪裁”导致“欠试验”的发生。

参考文献:

- [1] 刘凯. 基于实测数据的空空导弹自由飞振动条件制定方法研究[J]. 装备环境工程, 2014, 11(5): 114-118.
LIU K. Study on the Method of Making Free Flight Vibration Profile for Air-to-Air Missile Based on Measured Data[J]. Equipment Environmental Engineering, 2014, 11(5): 114-118.
- [2] 樊会涛, 郭强岭. 战术导弹自主飞振动环境研究[J]. 战术导弹技术, 2015(2): 17-22.
FAN H T, GUO Q L. Research on Free Flight Vibration Environment of Tactical Missiles[J]. Tactical Missile Technology, 2015(2): 17-22.
- [3] 陈江攀. 频域子结构方法再推导及环境预示应用研究[J]. 装备环境工程, 2023, 20(4): 26-32.
CHEN J P. Reformulation of FRF-Based Substructuring Method and Its Application in Environment Prediction[J]. Equipment Environmental Engineering, 2023, 20(4): 26-32.
- [4] GJB 150.16A—2009, 军用装备实验室环境试验方法第16部分: 振动试验[S].
GJB 150.16A—2009, Laboratory Environmental Test Methods for Military Materiel—Part 16: Vibration Test[S].
- [5] GJB 150.27—2009, 军用装备实验室环境试验方法第27部分: 爆炸分离冲击试验[S].
GJB 150.27—2009, Laboratory Environmental Test Methods for Military Materiel—Part 27: Pyroshock Test[S].
- [6] 张建华. 航天产品的爆炸冲击环境技术综述[J]. 导弹与航天运载技术, 2005(3): 30-36.
ZHANG J H. Pyroshock Environment of Missiles and Launch Vehicles[J]. Missiles and Space Vehicles, 2005(3): 30-36.
- [7] 郭迅, 郭强岭. 空空导弹爆炸分离冲击试验分析[J]. 装备环境工程, 2016, 13(4): 78-82.
GUO X, GUO Q L. Pyroshock Test for Air-to-Air Missile[J]. Equipment Environmental Engineering, 2016, 13(4): 78-82.
- [8] 邵旭东, 南宫自军, 李炳蔚, 等. 航天产品冲击响应分析及损伤/失效评估方法研究综述[J]. 强度与环境, 2021, 48(3): 36-45.
SHAO X D, NANGONG Z J, LI B W, et al. A Review of Shock Response Analysis and Damage/Failure Evaluation of Aerospace Products[J]. Structure & Environment Engineering, 2021, 48(3): 36-45.
- [9] GJB 150.18A—2009, 军用装备实验室环境试验方法第18部分: 冲击试验[S].
GJB 150.18A—2009, Laboratory Environmental Test Methods for Military Materiel—Part 18: Shock Test[S].
- [10] MILES J W. On Structural Fatigue under Random Loading[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1954, 21(11): 753-762.
- [11] 祝耀昌. 对 MIL-STD-810D/E 中冲击与振动等效的说明[J]. 环境技术, 2010, 28(1): 44-48.
ZHU Y C. Edward Szymkowiak & Henry Caraso[J]. Environmental Technology, 2010, 28(1): 44-48.
- [12] 杨博, 陈立伟, 孙立明, 等. 关于 GB/T 21563-2008 冲击试验的剪裁[J]. 强度与环境, 2015, 42(3): 28-33.
YANG B, CHEN L W, SUN L M, et al. Analysis of Test Standards Tailoring of Shock Test in GB/T 21563-2008 [J]. Structure & Environment Engineering, 2015, 42(3): 28-33.
- [13] 杨宝宁. 随机振动条件下设计载荷的确定方法[J]. 航天器工程, 2006, 15(3): 33-37.
YANG B N. Engineering Methods for Determining Quasi-Static Limit Load for Structures under Random Vibration[J]. Spacecraft Engineering, 2006, 15(3): 33-37.
- [14] 李兴超. 航天器结构随机振动响应等效为准静态载荷的方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
LI X C. Study on Method of Spacecraft Structure Random Vibration Response with Quasi-Static Load Equivalent[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008.
- [15] 邹元杰. 基础激励和声载荷作用下随机振动的设计载荷估算方法[C]// 2009 全国结构动力学学术研讨会论文集. 安庆: 中国钢结构协会, 2009.
ZOU Y J. Design Load Estimation Method for Random Vibration under Basic Excitation and Acoustic Load[C]// 2009 National Symposium on Structural Dynamics in China. Anqing: China Steel Construction Society, 2009.
- [16] 张玉梅, 韩增尧, 邹元杰. 随机振动环境下航天器结构强度设计方法综述[J]. 力学进展, 2012, 42(4): 464-471.
ZHANG Y M, HAN Z Y, ZOU Y J. An Overview of Structural Strength Design Methods for Spacecrafts in Random Vibration Environment[J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(4): 464-471.
- [17] 张玉梅, 韩增尧, 邹元杰. 航天器随机振动设计载荷有限频段法研究[J]. 航天器工程, 2013, 22(1): 49-53.
ZHANG Y M, HAN Z Y, ZOU Y J. Research on Limited Frequency Bandwidth Method of Spacecraft Design Load

- for Random Vibration[J]. *Spacecraft Engineering*, 2013, 22(1): 49-53.
- [18] 张玉梅, 韩增尧, 刘绍奎. 航天器随机振动设计载荷比较[J]. *中国空间科学技术*, 2013, 33(2): 7-12.
ZHANG Y M, HAN Z Y, LIU S K. Comparison between Spacecraft Design Load of Random Vibration[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2013, 33(2): 7-12.
- [19] 单梯磊, 白照广, 杨新峰, 等. 随机振动环境下的结构设计载荷等效方法研究[C]//第26届全国振动与噪声高技术及应用学术会议. 北京: 中国振动工程学会, 2015.
SHAN T L, BAI Z G, YANG X F, et al. Research on Load Equivalent Method for Structural Design in Random Vibration Environment[C]// The 26th National Conference on High Technology and Application of Vibration and Noise in China. Beijing: Chinese Society for Vibration Engineering, 2015: 125-129.
- [20] 杨新峰, 辛强, 单梯磊, 等. 激励频段对航天器随机振动载荷的影响[J]. *航天器环境工程*, 2016, 33(6): 581-588.
YANG X F, XIN Q, SHAN T L, et al. The Influence of Frequency on the Random Vibration Load of Spacecraft[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2016, 33(6): 581-588.
- [21] 杨新峰, 单梯磊, 扈勇强, 等. 考虑模态质量耦合的随机振动准静态载荷计算[J]. *宇航学报*, 2018, 39(3): 292-299.
YANG X F, SHAN T L, HU Y Q, et al. Quasi-Static Load Computation under Random Vibration Excitation with Consideration of Modal Mass Coupling[J]. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(3): 292-299.
- [22] WIJKER J. *Random Vibrations in Spacecraft Structures Design*[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2009.
- [23] 邹元杰, 朱卫红, 刘绍奎, 等. 基于冲击响应谱变换的星箭力学环境等效频谱影响因素分析[J]. *航天器环境工程*, 2021, 38(6): 609-614.
ZOU Y J, ZHU W H, LIU S K, et al. Analysis of the Influencing Factors of Equivalent Frequency Spectra of Mechanical Environment for SC/LV Interface Based on Shock Response Spectrum Transformation[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2021, 38(6): 609-614.
- [24] 陈东东. 随机载荷识别技术在机载产品振动环境预示中的应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.
CHEN D D. Application Research on Stochastic Loads Identification for Airborne Product Vibration Environment Prediction[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [25] 李志强. 随机振动[M]. 北京: 国防工业出版社, 2021.
LI Z Q. *Random Vibration*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2021.
- [26] GJB/Z 222—2005, 动力学环境数据采集和分析指南[S].
GJB/Z 222—2005, Guidelines for Dynamic Environmental Data Acquisition and Analysis[S].
- [27] 金有刚, 袁宏杰. 用实测冲击环境数据确定冲击试验条件[J]. *装备环境工程*, 2007, 4(1): 25-27.
JIN Y G, YUAN H J. Determination of Shock Environmental Condition with Measured Data[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2007, 4(1): 25-27.
- [28] 刘军, 朱华, 牛子杰, 等. 基于半功率带宽法的行波超声电机谐波响应分析[J]. *压电与声光*, 2019, 41(3): 344-348.
LIU J, ZHU H, NIU Z J, et al. Analysis of the Harmonic Response of Traveling-Wave Ultrasonic Motor Based on Half-Power Bandwidth Method[J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2019, 41(3): 344-348.