

基于竞争失效的导弹机电产品可靠性评估

汤杰¹, 张研², 王者蓝¹, 陈洋¹, 赵凡¹, 姚军^{2*}

(1. 上海航天精密机械研究所, 上海 201600;

2. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083)

摘要: **目的** 解决导弹机电产品退化-突发竞争失效模式下的可靠性评估问题。**方法** 对导弹典型机电产品电机进行贮存失效分析, 同时考虑双参数退化失效和突发失效对电机贮存可靠性的影响。首先, 以具有随机效应的非线性 Wiener 过程描述电机贮存退化失效过程中的非线性、随机性和样本差异性。然后, 采用 Weibull 分布描述突发失效过程规律, 并考虑退化程度对突发失效的影响。最后, 利用 Copula 函数刻画退化性能参数之间的相互作用关系, 建立双参数退化-突发竞争失效模型, 并给出基于两步极大似然估计的参数估计方法。**结果** 以仿真导弹电机退化突发失效数据为例进行分析, 实现了基于双参数退化-突发竞争失效模型的系统可靠性评估, 得到电机贮存 5 a 时的可靠度估计值为 0.465。**结论** 所构建的双参数随机退化与突发失效相关的竞争失效模型有效, 为导弹机电产品可靠性验证评估及寿命预测提供了相应的理论依据。

关键词: 竞争失效; 多参数退化; 随机效应 Wiener 过程; Copula 函数; 机电产品; 可靠性评估

中图分类号: TJ760

文献标志码: A

文章编号: 1672-9242(2024)03-0016-08

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2024.03.003

Reliability Assessment of Missile Electromechanical Products Based on Competitive Failure

TANG Jie¹, ZHANG Yan², WANG Zhelan¹, CHEN Yang¹, ZHAO Fan¹, YAO Jun^{2*}

(1. Shanghai Spaceflight Precision Machinery Institute, Shanghai 201600, China;

2. School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

ABSTRACT: The work aims to address the reliability assessment problem of missile electromechanical products under the degradation-traumatic competitive failure mode. The storage failure analysis of typical missile electromechanical products was carried out, and the effect of multivariate degradation failure and traumatic failure on the storage reliability of the motor was considered. Firstly, a nonlinear, stochastic, and sample-specific degradation failure process in electromechanical products was described by a nonlinear Wiener process with random effects. Secondly, the Weibull distribution was adopted to describe the pattern of traumatic failure process, taking into account the effect of degradation level on traumatic failure. Finally, the copula function was used to describe the interaction relationship between the degradation performance parameters and a multivariate degradation-traumatic competitive failure model for electromechanical products was established. A parameter estimation me-

收稿日期: 2023-10-11; 修订日期: 2023-11-27

Received: 2023-10-11; Revised: 2023-11-27

基金项目: 中国航天科技集团公司第八研究院产学研合作基金

Fund: Industry University Research Cooperation Fund of the Eighth Research Institute of China Aerospace Science and Technology Corporation

引文格式: 汤杰, 张研, 王者蓝, 等. 基于竞争失效的导弹机电产品可靠性评估[J]. 装备环境工程, 2024, 21(3): 16-23.

TANG Jie, ZHANG Yan, WANG Zhelan, et al. Reliability Assessment of Missile Electromechanical Products Based on Competitive Failure[J]. Equipment Environmental Engineering, 2024, 21(3): 16-23.

*通信作者 (Corresponding author)

thod based on two-step maximum likelihood estimation was given. Taking simulated missile motor degradation and sudden failure data as an example, the system reliability assessment based on the multivariate degradation-traumatic competitive failure model was implemented, and the estimated reliability value of this product after 5 years of storage was 0.465. The constructed dual-variable stochastic degradation and traumatic failure competitive failure model is effective, providing a theoretical basis for reliability verification, assessment and lifespan prediction of missile electromechanical products.

KEY WORDS: competitive failure; multivariate degradation; Wiener process with stochastic effect; Copula function; electro-mechanical products; reliability assessment

导弹机电产品在库房贮存、运输检修、战备值班中受到高温、高湿、振动等环境应力的联合作用, 通常具有多种耦合相关失效机理和产生多种失效模式。导弹舵机电机作为将电信号转变为机械运动的关键部件, 其性能好坏直接关系导弹的运行姿态和轨迹。在导弹的长期贮存过程中, 电机绕组材料老化会导致电机整体工作性能逐步下降, 甚至失效。同时, 可能出现电机轴承一次性冲击断裂等机械故障, 即发生突发失效。通常情况下, 电机在贮存期间发生的失效是退化失效和突发失效之间的竞争失效, 建立电机贮存可靠性评估模型需要综合考虑性能退化参数相关退化问题, 以及退化失效与突发失效竞争的问题^[1]。

常用的退化分析方法包括退化轨迹法^[2-4]、退化量分布法^[5-6]及基于随机过程^[7-9]的方法。其中, 基于随机过程的方法能够较好地描述退化过程的随机性和动态性, 被广泛应用于工业工程领域^[10]。考虑到工程实际中设备退化的非线性特征, Whitmore 等^[11]提出了考虑时间尺度变换的维纳过程退化模型。为了描述同类设备之间的个体性能退化差异, Peng 等^[12]首次将漂移系数看作一个正态型随机变量, 建立了考虑随机效应的线性维纳退化模型。文献^[13]提出了一个基于广义非线性 Wiener 过程的加速退化模型, 并假设漂移系数和扩散系数都与加速应力有关, 实现了首达时分布的近似解析解。文献^[14]针对加速应力下产品二元相关退化问题, 提出了一种基于贝叶斯方法的随机相关可靠性评估方法。文献^[15]针对飞机液压泵多失效机理的问题, 提出了基于 Copula 函数和贝叶斯马尔可夫链蒙特卡罗法的二维性能退化可靠性评估方法。文献^[16]考虑了致命冲击和非致命冲击对退化过程的影响, 基于时变 Copula 函数建立了可靠性模型。

同时, 近年来, 已有大量文献对竞争失效理论和建模问题开展了相关研究。文献^[17]针对船用柴油机气缸套, 采用随机过程和 Weibull 分布建立了磨损退化和热力学损伤之间的竞争失效模型, 并基于磨损和故障数据进行了拟合优度测试和参数估计。文献^[18]利用状态空间模型, 将多个关键部件性能参数转化为系统退化程度, 采用多个随机过程模型对系统退化程度数据进行了拟合。文献^[19]采用贝叶斯线性模型融合性能监测参数, 利用退化轨迹模型描述了退化率变化趋势, 对航空发动机剩余寿命进行了预测, 但难以

适用于多个参数与退化量之间的非线性关系。文献^[20]采用多元正态分布函数对多元性能参数相关退化过程进行了建模, 该方法要求性能参数均服从正态分布。文献^[21]考虑多失效模式独立竞争失效, 提出了一种基于不平衡数据的竞争失效可靠性评估方法。文献^[22]针对同时暴露于退化和冲击载荷的复杂多部件, 系统建立了一种竞争失效模型。

然而, 目前为止, 同时考虑参数之间的相关性退化问题, 以及退化失效与突发失效相关竞争问题的研究较少, 尚未满足装备实际工程应用的要求。本文建立了基于具有随机效应的非线性 Wiener 过程的单一性能参数退化过程, 更好地适应导弹电机贮存退化过程中的非线性和样本差异性特征。同时, 采用 Weibull 分布建立了突发失效模型, 并量化退化失效对突发失效的影响。最后, 针对导弹电机多失效模式的特点, 利用 Copula 函数建立了多元性能退化模型, 提出基于退化数据和失效数据的竞争失效可靠性评估方法, 并利用本文方法对某型导弹电机进行了竞争失效分析, 证明了本文所提方法的正确性。

1 基于非线性随机效应 Wiener 过程的退化失效建模

具有漂移参数 μ 和扩散参数 $\sigma(\sigma > 0)$ 的 Wiener 过程定义为:

$$X(t) = \mu t + \sigma B(t) \quad (1)$$

其中, $B(t)$ 为标准 Brown 运动函数, 具有如下 3 个性质: $B(0)=0$, 且 $B(t) \in (-\infty, +\infty)$; 平稳独立增量, 即 $B(t+\Delta t) - B(t) \sim N(0, \Delta t)$; $B(t) \sim N(0, t)$ 。

在式(1)中, 产品的性能退化被认为是关于 t 的线性函数。当性能退化过程不是线性时, 时间尺度的单调变化可以将其变换成为线性过程, 可以将变换后的时间表示为^[11]:

$$\tau = \tau(t, q) \quad (2)$$

其中, 变换满足初始条件 $\tau(0)=0$ 。在本文中, $\tau = t^q$, 其中 q 是一个正参数, 故一个时间尺度变换的 Wiener 过程可以表示为:

$$X(t) = \mu \tau(t, q) + \sigma B[\tau(t, q)] \quad (3)$$

针对退化试验中发现不同产品的退化路径存在

差异的问题,通过在 Wiener 过程模型中引入随机效应,来描述不同产品之间存在的这种异质性。将漂移系数 μ 进行随机化处理,假设 μ 是一个服从正态分布的随机变量,得到具有随机效应的非线性 Wiener 过程模型:

$$\begin{cases} X(t) = \mu\tau(t, q) + \sigma B[\tau(t, q)] \\ \mu \sim N(\omega, \kappa^2) \end{cases} \quad (4)$$

假设产品的退化路径如式(4)所示,给定固定的失效阈值 ϖ ,当产品性能退化量 $X(t)$ 首次达到 ϖ 时,认为产品发生退化失效,产品的退化寿命 T_s 定义为:

$$T_s = \inf\{t | X(t) \geq \varpi\} \quad (5)$$

利用连续型随机变量的全概率公式,推导性能退化过程的概率密度函数和分布函数分别为^[23]:

$$f_{X(t)}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x | \mu, \sigma^2) g(\mu) d\mu = \quad (6)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi[\sigma^2 + \kappa^2 \cdot \tau(t, q)] \cdot \tau(t, q)}} \cdot \exp\left\{-\frac{[x - \omega \cdot \tau(t, q)]^2}{2[\sigma^2 + \kappa^2 \cdot \tau(t, q)] \cdot \tau(t, q)}\right\}$$

$$F_{X(t)}(x) = \Phi\left\{\frac{x - \omega \cdot \tau(t, q)}{\sqrt{[\sigma^2 + \kappa^2 \cdot \tau(t, q)] \cdot \tau(t, q)}}\right\} \quad (7)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

经过推导,单一性能退化量基于具有随机效应的非线性 Wiener 过程的退化失效模型的寿命概率密度函数及累积分布函数分别为^[12]:

$$f_T(t) = \frac{\varpi^2}{\sqrt{2\pi \cdot \tau^3(t, q) \cdot [\kappa^2 \cdot \tau(t, q) + \sigma^2]}} \cdot \exp\left\{-\frac{\varpi - \omega \cdot \tau(t, q)}{2\tau(t, q) \cdot [\kappa^2 \cdot \tau(t, q) + \sigma^2]}\right\} \quad (8)$$

$$F_T(t) = \Phi\left[\frac{\omega \cdot \tau(t, q) - \varpi}{\sqrt{\sigma^2 \cdot \tau(t, q) + \kappa^2 \cdot \tau^2(t, q)}}\right] + \exp\left\{\frac{2\omega \cdot \varpi}{\sigma^2} + \frac{2\kappa^2 \cdot \varpi^2}{\sigma^4}\right\} \cdot \Phi\left\{-\frac{2\kappa^2 \cdot \varpi \cdot \tau(t, q) + \sigma^2 \cdot [\varpi + \omega \cdot \tau(t, q)]}{\sigma^2 \cdot \sqrt{\sigma^2 \cdot \tau(t, q) + \kappa^2 \cdot \tau^2(t, q)}}\right\} \quad (9)$$

2 受性能退化程度影响的突发失效建模

Weibull 分布在描述产品寿命分布方面具有良好的适应性,尤其适用于寿命分布呈现复杂特征的机电一体化产品^[18,24]。导弹电机在贮存期间存在轴承一次性冲击断裂等突发失效模式,本文假设导弹电机突发失效时间服从双参数 Weibull 分布,并且认为突发失效概率不仅与时间 t 有关,还与绕组材料性能退化程

度有关。假设 Weibull 分布形状参数 m 与性能退化特征参数 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 无关,尺度参数 η 随着 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 增大而递减,并假设其关系为 $\eta = a/x_1(t) + b/x_2(t)$, a 、 b 为常数,则受性能退化程度影响的突发失效时间分布密度函数与可靠度函数表达为:

$$f_h[t | x_1(t), x_2(t)] = \frac{m}{\eta[x_1(t), x_2(t)]^m} t^{m-1} \exp\left\{-\left[\frac{t}{\eta(x_1(t), x_2(t))}\right]^m\right\} \quad (10)$$

$$R_h[t | x_1(t), x_2(t)] = \exp\left\{-\left[\frac{t}{\eta(x_1(t), x_2(t))}\right]^m\right\} \quad (11)$$

其中:

$$\eta[x_1(t), x_2(t)] = \frac{a}{x_1(t)} + \frac{b}{x_2(t)} \quad (12)$$

记 T_h 为产品发生突发失效的时间,产品 t 时刻的突发失效概率为:

$$F_h[t | x_1(t), x_2(t)] = P[T_h \leq t | x_1(t), x_2(t)] = 1 - R_h[t | x_1(t), x_2(t)] = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{t}{\eta(x_1(t), x_2(t))}\right]^m\right\} \quad (13)$$

若不考虑突发失效与退化失效之间的相关性,产品在 t 时刻的突发失效概率为:

$$F_h'(t) = P(T_h \leq t) = 1 - R_h'(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta'}\right)^m\right] \quad (14)$$

3 双参数相关退化-突发竞争失效建模

3.1 基于 Copula 函数的双参数相关退化失效建模

目前研究人员对于退化的研究主要集中在单个性能特征或部件失效机制级别上,并分析其退化过程和影响,这种研究方法的优点是能够深入理解特定性能特征或部件失效机制的退化规律和影响因素。然而,这种方法也存在局限性,因为导弹机电产品等复杂系统、设备或部件的退化往往涉及多个性能特征和失效机制,需要更加综合和细致地分析多个性能特征和失效机制的退化过程。相比单参数退化模型,双参数退化模型同时考虑 2 个退化特征参数,可以更全面地了解系统或设备的退化状况。如电机绕组材料的退化状态可以通过匝间短路 I/F 值和对地绝缘阻值 2 个性能特征参数进行综合评估。因此,本文以双参数退化失效过程为例进行建模分析。

假设产品有 2 个可以表征退化程度的退化性能指标,产品在 t 时刻所对应的性能退化值记为 $X_k(t)$, $k=1,2$, $X_k(0)=0$, $k=1,2$,且所对应的失效阈

值分别为固定值 ϖ_k 。退化路径均服从非线性随机效应 Wiener 退化过程:

$$\begin{cases} X_k(t) = \mu_k \tau(t, q_k) + \sigma_k B[\tau(t, q_k)] \\ \mu_k \sim N[\omega_k, \kappa_k^2] \end{cases} \quad (15)$$

当产品任一性能退化量 $X_k(t)$ 达到预先设定的失效阈值 ϖ_k , 即 $X_k(t) = \varpi_k$ 时, 认为产品退化失效, 单一性能退化量对应的失效时间 T_k 为:

$$T_k = \inf \{t | X_k(t) > \varpi\} \quad (16)$$

假设这 2 个性能退化参数是相关的, 本文选择能

够有效描述多维随机变量依赖关系的 Copula 函数获得双参数联合分布的估计。若假设已知 2 个性能退化值的边缘分布函数 $F_{X_1(t)}(x_1)$ 和 $F_{X_2(t)}(x_2)$, 根据 Sklar 定理, 若 $H(x_1, x_2)$ 是边际分布 $F_{X_1(t)}(x_1)$ 和 $F_{X_2(t)}(x_2)$ 的联合分布函数, 则存在一个 Copula 函数 C 使得对于所有定义范围内的 (x_1, x_2) 有:

$$H(x_1, x_2) = C[F_{X_1(t)}(x_1), F_{X_2(t)}(x_2)] \quad (17)$$

阿基米德族 Copula 是 Copula 函数的常见具体形式之一, 包括 Clayton Copula、Frank Copula 和 Gumbel Copula 等 3 种函数形式^[25-26], 见表 1。

表 1 典型阿基米德 Copula 函数
Tab.1 Typical Archimedean Copula function

函数类型	$C(U, V; \alpha)$	$\alpha \in \Omega$	Kendall 相关系数 τ
Clayton	$(U^{-\alpha} + V^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha}$	$\alpha \in (0, +\infty)$	$\tau = \frac{\alpha}{2 + \alpha}$
Frank	$-\frac{1}{\alpha} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\alpha U} - 1)(e^{-\alpha V} - 1)}{e^{-\alpha} - 1} \right]^{-1/\alpha}$	$\alpha \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	$\tau = 1 + 4 \frac{D(\alpha) - 1}{\alpha}$ $D(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \frac{t}{e^t - 1} dt$
Gumbel	$\exp \left\{ - \left[(-\ln U)^\alpha + (-\ln V)^\alpha \right]^{1/\alpha} \right\}$	$\alpha \in [1, \infty)$	$\tau = 1 - \frac{1}{\alpha}$

假设对 N 个产品的 k 个性能退化参数进行了退化观测, 每个产品均进行 M 次检测, 且每 $\Delta t_{i,j}$ 时间记录一次数据, 所获得观测数据可以记为 $X = \{x_{k,i,j}, k = 1, 2; i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M\}$, 其中 $x_{k,i,j}$ 表示第 i 个样本在 $t_{i,j}$ 时刻的第 k 个退化观测值。

考虑第 i 个产品 2 个性能特征参数在同一时间间隔内退化增量值 $\Delta x_{1,i,j}$ 和 $\Delta x_{2,i,j}$ 的联合分布为:

$$H(\Delta x_{1,i,j}, \Delta x_{2,i,j}) = C[\Phi(U_{1,i,j}), \Phi(U_{2,i,j})] \quad (18)$$

其中:

$$U_{1,i,j} = \frac{\Delta x_{k,i,j} - \omega_k \cdot \lambda_{k,i,j}}{\sqrt{(\sigma_k^2 + \kappa_k^2 \cdot \lambda_{k,i,j}) \cdot \lambda_{k,i,j}}} \quad (19)$$

退化增量 $\Delta x_{k,i,j} = x_{k,i,j} - x_{k,i,j-1}$, 时间增量 $\lambda_{k,i,j} = \tau(t_{i,j}, q_k) - \tau(t_{i,j-1}, q_k) = t_{i,j}^{q_k} - t_{i,j-1}^{q_k}$ 。

2 个关键性能特征参数中, 任何一个参数的退化失效都会导致系统的退化失效, 采用 Copula 函数对退化竞争失效过程进行建模, t 时刻的双参数退化竞争失效概率可表示为:

$$\begin{aligned} F_s(t) &= P(T_s^1 \leq t \cup T_s^2 \leq t) = \\ &= 1 - P[X_1(t) \leq \varpi_1, X_2(t) \leq \varpi_2] = \\ &= 1 - C[F_{X_1(t)}(\varpi_1 | t), F_{X_2(t)}(\varpi_2 | t); \alpha] = \\ &= 1 - C[R_1(t), R_2(t); \alpha] \end{aligned} \quad (20)$$

式中: T_s^1 和 T_s^2 分别为 2 个关键性能特征量的退化失效时间; $R_1(t)$ 和 $R_2(t)$ 分别为 2 个关键性能特征量的可靠度; α 为 Copula 函数参数。

如果这 2 个性能特征参数是独立的, 那么产品的退化失效概率表示为:

$$F_s(t) = 1 - R_1(t) \cdot R_2(t) \quad (21)$$

3.2 退化-突发失效相关的竞争失效建模

当产品的失效呈现退化与突发失效模式竞争失效时, 如果需要产品保持正常工作, 则包括突发失效和退化失效在内的任一失效模式都不能出现。如导弹电机的电枢绝缘绕组和轴承在功能上具有串联关系, 电机系统的实际失效由最早出现的部件失效模式决定。综合式 (13) 和式 (21), 可得系统的可靠度表达式为:

$$R(t) = P(T_s^1 > t, T_s^2 > t, T_h > t) = R_s(t) \cdot R_h[t | x_1(t), x_2(t)] \quad (22)$$

4 参数估计

4.1 基于两步极大似然的退化模型参数估计

所建立的双参数退化失效模型中, 待求解的未知参数为 $\theta_s = (\omega_k, \kappa_k, \sigma_k, q_k, \alpha)$, 由于待估参数较多, 分为两步求解模型未知参数:

Step 1: 根据样本观测数据进行极大似然估计得到 $\hat{\omega}_k, \hat{\kappa}_k, \hat{\sigma}_k, \hat{q}_k$;

Step 2: 根据已求解的参数计算边缘分布函数值, 并估计 Copula 函数未知参数 $\hat{\alpha}$ 。

假设已获得观测数据 $X = \{x_{k,i,j}, k = 1, 2; i = 1, \dots,$

$N; j=1, \dots, M\}$, 根据式(6)基于具有随机效应的非线性 Wiener 过程对单个性能参数退化过程进行建模, 其似然函数为:

$$L_k(\Delta x_{k,i,j} | \Theta_k) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_k^2 + \kappa_k^2 \cdot \lambda_{k,i,j}) \cdot \lambda_{k,i,j}}} \exp\left[-\frac{(\Delta x_{k,i,j} - \omega_k \cdot \lambda_{k,i,j})^2}{2(\sigma_k^2 + \kappa_k^2 \cdot \lambda_{k,i,j}) \cdot \lambda_{k,i,j}}\right] \quad (23)$$

对式(23)中的 ω_k 进行一阶求偏导, 并令:

$$\frac{\partial \ln L_k(\Delta x_{k,i,j} | \Theta_k)}{\partial \ln \omega_k} = 0 \quad (24)$$

得到 ω_k 的极大似然估计:

$$\hat{\omega}_k = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{\Delta x_{k,i,j}}{\sigma_k^2 + \kappa_k^2 \cdot \lambda_{k,i,j}}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{\lambda_{k,i,j}}{\sigma_k^2 + \kappa_k^2 \cdot \lambda_{k,i,j}}} \quad (25)$$

将式(25)代入式(23), 得到关于 κ_k 、 σ_k 、 q_k 的对数似然函数。采用 Matlab 中的 fmincon 函数对似然函数最小化以搜寻最优解, 得到 $\hat{\kappa}_k$ 、 $\hat{\sigma}_k$ 、 \hat{q}_k 。再将求得的 $\hat{\kappa}_k$ 、 $\hat{\sigma}_k$ 、 \hat{q}_k 代入式(23), 即可求出 $\hat{\omega}_k$ 。

最后, 根据已知参数和式(9)求出寿命累积分布函数值, 并作为 Copula 边缘函数值。根据 AIC 准则, 选取最优 Copula 函数, 对式(26)进行极大似然估计, 最终求解 Copula 函数中参数估计值 $\hat{\alpha}$ 。

$$L_{\text{co}}(U_{1,i,j}, U_{2,i,j}; \alpha) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M c\{\Phi[U_{1,i,j}], \Phi[U_{2,i,j}]; \alpha\} \quad (26)$$

4.2 突发失效模型参数估计

假设观测过程中有 n 个样本分别在 t_1, t_2, \dots, t_n 时刻发生突发失效, 对应的性能退化量为 $x_k(t_1), x_k(t_2), \dots, x_k(t_n), k=1, 2$ 。将突发失效模型未知参数集合记为 $\Theta_h = (a, b, m)$, 根据式(10), 受性能退化程度影响的突发失效模型似然函数见式(27), 采用极大似然估计法对未知参数进行估计。

$$L(t; \Theta_h) = \prod_{i=1}^n f(t_i; a, b, m) \prod_{i=1}^n \frac{m}{\eta[x_1(t_i), x_2(t_i)]^m} t_i^{m-1} \exp\left\{-\left[\frac{t_i}{\eta[x_1(t_i), x_2(t_i)]}\right]^m\right\} \quad (27)$$

其中:

$$\eta[x_1(t_i), x_2(t_i)] = \frac{a}{x_1(t_i)} + \frac{b}{x_2(t_i)} \quad (28)$$

5 仿真案例分析

本节通过数值仿真实验验证所提模型的有效性。

假设某型导弹电机经历了 100 个月的贮存, 贮存期间每个月进行一次定期测试, 测试退化数据包括绕组材料对地绝缘阻值退化值 $X_1(t)$ 和匝间短路 I/F 值 2 个性能特征参数 $X_2(t)$, 分别得到相对于测量初值的退化增量百分比数据, 具体参数设置为 $\omega_k = [0.001, 0.01]$, $\kappa_k = [0.005, 0.02]$, $\sigma_k = [0.05, 0.2]$, $q_k = [2, 1.5]$, $\alpha = 20$, 采样间隔 $\Delta t = 1$ 。以对地绝缘阻值退化量增至测量初值的 4.8% 或匝间短路 I/F 值退化量增至测量初值的 5% 为失效阈值, 即 $\omega_1 = 4.8$ 及 $\omega_2 = 5.0$, 共仿真 10 个样品的 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 测试数据, 其退化平均值如图 1 所示。同时, 根据 $m = 9$, $\eta = 75$ 的 Weibull 分布仿真得到电机突发失效数据。8 个样本分别在贮存 70、82、63、78、50、75、82、66 个月时发生突发失效, 其对应的性能退化量 $[X_1(t), X_2(t)]$ 分别为 $[1.263, 3.681]$, $[1.791, 6.221]$, $[1.107, 4.251]$, $[1.474, 5.101]$, $[1.050, 2.529]$, $[1.145, 4.711]$, $[1.322, 5.096]$, $[1.120, 4.502]$ 。

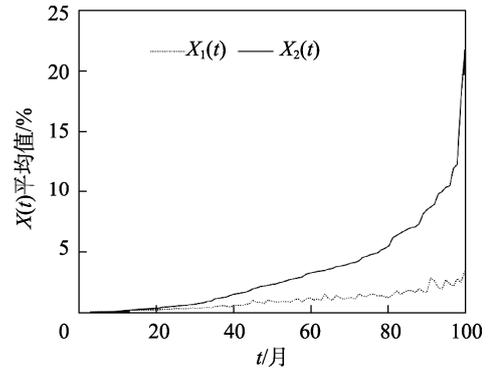


图 1 样品性能退化量仿真数据平均值

Fig.1 Average value of degradation performance indicators data for simulated sample

利用本文所建立的多元退化竞争模型和极大似然估计方法, 估计退化模型中的未知参数, 可得边缘分布中各参数的估计结果, 见表 2。

表 2 二元相关退化模型参数估计结果

Tab.2 Estimation results of parameters for bivariate correlated degradation model

	$\hat{\omega}$	$\hat{\kappa}$	$\hat{\sigma}$	\hat{q}
$X_1(t)$	0.001 1	0.005	0.057	1.952 6
$X_2(t)$	0.011 7	0.023	0.243	1.826 4

对 Copula 函数中的参数进行估计, 使用 3 种常见 Copula 函数模型, 参数的估计值、Kendall 系数值、对数似然函数值 (log-LF) 以及 AIC 准则计算结果见表 3。

从表 2 可知, Clayton Copula 模型对应的 AIC 结果最小, 原始数据的 Kendall 秩相关系数为 0.918, 与 Clayton Copula 模型的秩相关系数更为接近。综上所述, 利用 Clayton Copula 二元函数描述 2 个性能退化特征之间的相关关系是最佳选择, 获知两性能退化参

数所表征的退化寿命累积概率函数 $F_1(X_1)$ 和 $F_2(X_2)$ 之间的相关性变化规律, 如图 2 所示。

表 3 Copula 函数参数估计结果

Tab.3 Estimation results of Copula function parameters

函数类型	α	τ	log-LF	AIC
Clayton	19.16	0.9055	-631.68	12.653 5
Frank	19.95	0.816	-1 711.66	34.253 2
Gumbel	18.504	0.946	-1 644.95	32.919 0

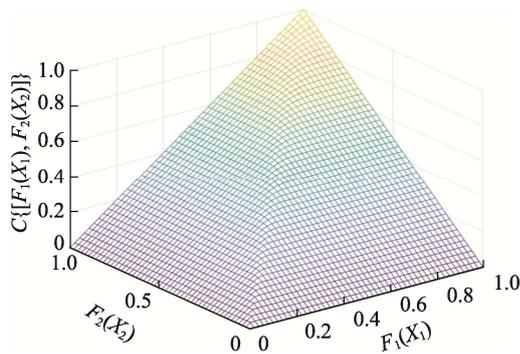


图 2 退化寿命 CDF 相关性变化规律

Fig.2 Patterns of correlation in the CDF of degradation life

基于双参数相关退化模型的可靠性评估结果(如图 3 所示), 对其中的曲线进行分析。可靠度为 0.8 时, 采用具有随机效应的非线性 Wiener 过程对第一个性能参数退化过程进行建模得到的贮存寿命为 9.26 a, 对第二个参数退化过程建模得到的贮存寿命为 6.53 a。基于本文构建的基于非线性随机效应 Wiener 过程, 双参数相关退化模型得到的产品寿命为 6.37 a, 不考虑参数的相关性时, 得到的贮存寿命为 6.34 a。案例分析结果表明, 基于性能参数独立退化模型的可靠度评估结果比相关退化模型可靠度评估结果更为保守, 即对性能参数的独立性假设可能会低估产品的可靠性, 且参数之间的相关程度越高, 可靠性低估可能越明显。

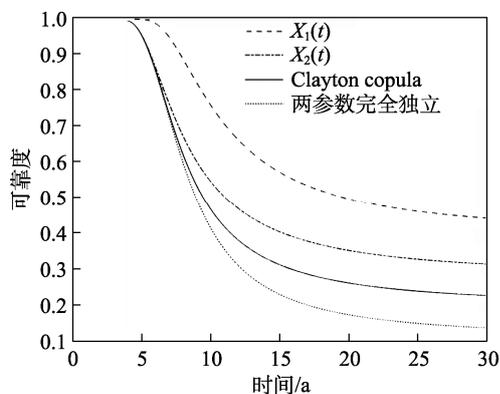


图 3 基于双参数相关退化模型的可靠性评估结果
Fig.3 Reliability assessment result based on bivariate correlated degradation model.

利用 Matlab 中的 fminsearch 函数对式 (27) 突发失效模型的极大似然函数进行最大化, 最终得到参数估计值为:

$$\hat{\theta}_h = (\hat{a}, \hat{b}, \hat{m}) = (121.519, -99.995, 1.081) \quad (29)$$

结合性能退化数据, 得到如图 4 所示的突发失效可靠度函数曲线。产品贮存 5 a 时, 受性能退化程度影响的突发失效可靠度为 0.49, 不受性能退化程度影响的突发失效可靠度为 0.8。可以得出结论, 所建立性能退化程度影响的突发失效模型能够有效描述退化失效与突发失效之间的相关性, 忽略其相关性会降低可靠性评估的准确性。根据式 (22), 得到此型导弹电机贮存 5 a 时, 基于双参数相关退化-突发失效竞争模型的预测可靠度为 0.465。

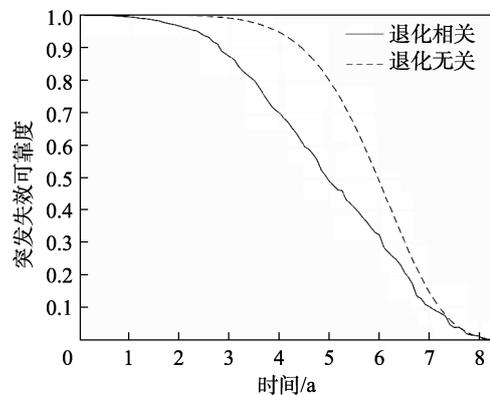


图 4 基于突发失效模型的可靠性评估结果
Fig.4 Reliability assessment results based on traumatic failure model

6 结语

导弹机电产品的贮存失效是退化失效和突发失效竞争的结果, 本文以导弹舵机电机为对象, 研究了导弹机电产品竞争失效特性, 对双参数相关退化失效与退化-突发竞争失效开展了研究, 建立了竞争失效预测模型, 实现了对导弹机电产品贮存可靠性的评估研究, 得到以下结论:

1) 本文充分考虑了导弹电机在退化过程中表现出的非线性和样本差异性特征, 利用具有随机效应的非线性 Wiener 过程描述产品退化过程, 能较好地拟合各参数的退化特征。同时, 本文借助 Copula 函数定量分析了多元退化失效过程中各个性能特征参数之间的相关关系, 利用 AIC 准则选取了最优 Copula 函数, 解决了传统参数独立退化模型忽略参数退化相关性导致的系统可靠性被低估的问题。

2) 本文考虑了退化失效对突发失效的影响, 引入了 Weibull 分布对其进行刻画, 并基于仿真案例数据与不考虑退化失效影响的突发失效可靠度进行了对比。结果表明, 不考虑退化失效的影响时, 高估了

产品突发失效可靠性。然后基于上述退化失效模型和突发失效模型,建立了导弹机电产品双参数退化-突发竞争失效预测模型,并采用两步极大似然估计法对模型参数进行估计,能够较好地克服传统极大似然估计法的局限性,丰富了多元相关退化量可靠性建模理论。

3) 本文以仿真导弹电机数据为研究实例,应用所建立竞争失效模型进行可靠性评估,得到导弹电机贮存 5 a 时贮存可靠度为 0.465,验证了本文建立模型的合理性和有效性,相比传统单一失效模式可靠性评估模型更加符合工程实际,为导弹机电产品的可靠性评估和寿命预测提供了一定的理论指导。在后续研究中,将进一步探讨如何基于上述竞争失效模型开展加速贮存试验研究,为导弹贮存定寿和延寿提供技术支持。

参考文献:

- [1] 王浩伟,滕克难,李军亮. 随机环境应力冲击下基于多参数相关退化的导弹部件寿命预测[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3404-3412.
WANG H W, TENG K N, LI J L. Lifetime Prediction for Missile Components Based on Multiple Parameters Correlative Degrading with Random Shocks of Environmental Stresses[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3404-3412.
- [2] DE OLIVEIRA V R B, COLOSIMO E A. Comparison of Methods to Estimate the Time-to-Failure Distribution in Degradation Tests[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2004, 20(4): 363-373.
- [3] YACOUT A M, SALVATORES S, ORECHWA Y. Degradation Analysis Estimates of the Time-to-Failure Distribution of Irradiated Fuel Elements[J]. Nuclear Technology, 1996, 113(2): 177-189.
- [4] GEBRAEEL N, ELWANY A, PAN J. Residual Life Predictions in the Absence of Prior Degradation Knowledge[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(1): 106-117.
- [5] HUANG W, DIETRICH D L. An Alternative Degradation Reliability Modeling Approach Using Maximum Likelihood Estimation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 310-317.
- [6] 王立,李晓阳,姜同敏. 基于退化量分布时序分析的产品寿命预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(4): 492-498.
WANG L, LI X Y, JIANG T M. Life Prediction of Product Based on Degradation Amount Distribution Time Series Analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(4): 492-498.
- [7] ZHANG Q, MA Z L, LI G L, et al. Temperature-Dependent Demagnetization Nonlinear Wiener Model with Neural Network for PM Synchronous Machines in Electric Vehicle[C]// 2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS). Chiba: IEEE, 2016: 1-4.
- [8] HUANG Z Y, XU Z G, KE X J, et al. Remaining Useful Life Prediction for an Adaptive Skew-Wiener Process Model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 87: 294-306.
- [9] WANG X F, WANG B X, JIANG P H, et al. Accurate Reliability Inference Based on Wiener Process with Random Effects for Degradation Data[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2020, 193: 106631.
- [10] 蔡忠义,王泽洲,项华春,等. 基于退化建模的设备剩余寿命预测方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2022.
CAI Z Y, WANG Z Z, XIANG H C, et al. Equipment Remaining Useful Lifetime Prediction Method Based on Degradation Modeling[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2022.
- [11] WHITMORE G A, SCHENKELBERG F. Modelling Accelerated Degradation Data Using Wiener Diffusion with a Time Scale Transformation[J]. Lifetime Data Analysis, 1997, 3(1): 27-45.
- [12] PENG C Y, TSENG S T. Mis-Specification Analysis of Linear Degradation Models[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(3): 444-455.
- [13] SUN L, BALAKRISHNAN N, ZHAO F C, et al. Mis-Specification Analysis of the Impact of Covariates on the Diffusion Coefficient in Wiener Degradation Process[J]. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 2022, 51(6): 3204-3222.
- [14] 盖炳良,滕克难,王浩伟,等. 基于随机相关的电子部件二元加速退化可靠性评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(11): 2237-2246.
GAI B L, TENG K N, WANG H W, et al. Reliability Assessment for Electronic Components with Bivariate Accelerated Degradation Based on Random Correlation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(11): 2237-2246.
- [15] 王少萍,陈仁同,张超. 飞机液压泵二维性能退化的可靠性评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(9): 1613-1623.
WANG S P, CHEN R T, ZHANG C. Reliability Estimation for Aircraft Hydraulic Pump Based on Bivariate Performance Degradation Analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(9): 1613-1623.
- [16] WANG Y P, PHAM H. Modeling the Dependent Competing Risks with Multiple Degradation Processes and Random Shock Using Time-Varying Copulas[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 13-22.
- [17] BOCCHETTI D, GIORGIO M, GUIDA M, et al. A Competing Risk Model for the Reliability of Cylinder Liners in Marine Diesel Engines[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(8): 1299-1307.
- [18] 蔡忠义,项华春,王攀,等. 竞争失效下多元退化建模的导弹贮存寿命评估[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(5): 1183-1188.

- CAI Z Y, XIANG H C, WANG P, et al. Missile Storage Lifetime Assessment of Multivariate Degradation Modeling under Competition Failure[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(5): 1183-1188.
- [19] 王华伟, 高军, 吴海桥. 基于竞争失效的航空发动机剩余寿命预测[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(6): 197-205.
- WANG H W, GAO J, WU H Q. Residual Remaining Life Prediction Based on Competing Failures for Aircraft Engines[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(6): 197-205.
- [20] OLATUBOSUN S A, ZHANG Z J. Multivariate Analysis of Critical Parameters Influencing the Reliability of Thermal-Hydraulic Passive Safety System[J]. *Nuclear Engineering and Technology*, 2019, 51(1): 45-53.
- [21] LI J X, ZHANG Y B, WANG Z H, et al. Reliability Analysis of the Products Subject to Competing Failure Processes with Unbalanced Data[J]. *Eksploatacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability*, 2016, 18(1): 98-109.
- [22] SONG S L, COIT D W, FENG Q M, et al. Reliability Analysis for Multi-Component Systems Subject to Multiple Dependent Competing Failure Processes[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2014, 63(1): 331-345.
- [23] 翟科达, 顾晓辉, 孙丽, 等. 基于多元随机效应 Wiener 过程的某弹用弹簧可靠性评估[J]. *装备环境工程*, 2022, 19(4): 1-7.
- ZHAI K D, GU X H, SUN L, et al. Reliability Assessment of the Ammunition Spring Based on Multiple Random Effects Wiener Process[J]. *Equipment Environmental Engineering*, 2022, 19(4): 1-7.
- [24] 王新刚, 申强, 韩凯忠, 等. 竞争失效下多元退化建模的航空发动机可靠性分析[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2021, 42(6): 807-813.
- WANG X G, SHEN Q, HAN K Z, et al. Reliability Analysis of Aero-Engines Based on Multivariate Degradation Modeling under Competitive Failure[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2021, 42(6): 807-813.
- [25] PAN Z Q, BALAKRISHNAN N, SUN Q, et al. Bivariate Degradation Analysis of Products Based on Wiener Processes and Copulas[J]. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2013, 83(7): 1316-1329.
- [26] 郝会兵. 基于贝叶斯更新与 Copula 理论的性能退化可靠性建模与评估方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2016.
- HAO H B. Research on Performance Degradation Reliability Modeling and Assessment Method Based on Bayesian Updation and Copula Theory[D]. Nanjing: Southeast University, 2016.